

Etude théorique de la « résistance négative »

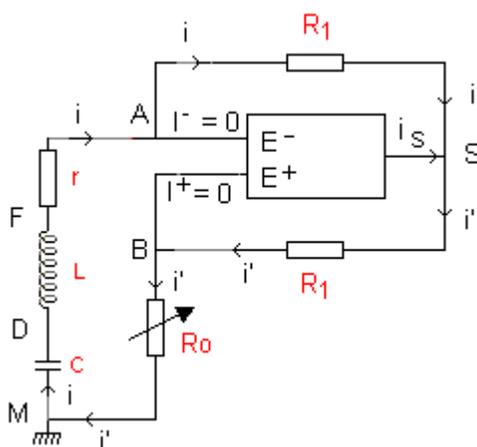
Objectif :

Ce montage permet d'entretenir des oscillations quasi sinusoïdales dans le circuit r, L, C malgré la présence de la résistance r . Nous allons montrer que la partie ABM du circuit permet de compenser r si on choisit $R_0 = r$.

L'amplificateur opérationnel :

- Si l'amplificateur est idéal $I^- = I^+ = 0$ A
- De plus, en **régime linéaire** (non saturé), on a $U_{E^+E^-} = 0$ V.
- Nous supposons ces conditions réalisées ci-dessous. Nous n'avons pas représenté **l'alimentation de l'amplificateur opérationnel** sur le schéma (pour ne pas le surcharger), mais c'est elle qui fournit l'énergie électrique dont on va avoir besoin.

Montage :



Le condensateur a été préalablement chargé ou non (voir dernier paragraphe)

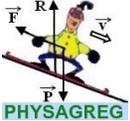
Appliquons la loi des mailles plusieurs fois :

A la maille ASBA :

$$u_{AS} + u_{SB} + u_{BA} = 0 \Leftrightarrow R_1 \times i + R_1 \times i' + U_{E^-E^+} = 0. \text{ Comme } U_{E^-E^+} = 0 \text{ alors } i' = -i$$

A la maille MDFABM :

$$\begin{aligned} u_{MD} + u_{DF} + u_{FA} + u_{AB} + u_{BM} &= 0 \Leftrightarrow u_C + L \times \frac{di}{dt} + r \times i + 0 + R_0 \times i' = 0 \\ \Leftrightarrow u_C + L \times \frac{d^2q}{dt^2} + r \times \frac{dq}{dt} - R_0 \times i &= 0 \\ \Leftrightarrow u_C + LC \times \frac{d^2u_C}{dt^2} + rC \times \frac{du_C}{dt} - R_0C \times \frac{du_C}{dt} &= 0 \\ \Leftrightarrow \frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{\overset{-}{\underbrace{R_0}}}{L} \times \frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{LC} &= 0 \end{aligned}$$



Interprétation de cette équation différentielle :

- Le **terme d'amortissement** est $\frac{-R_0}{L} \times \frac{du_C}{dt}$.
- En effet, si celui-ci n'existe pas, on retrouve l'équation différentielle $\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{u_C}{LC} = 0$ qui donne une solution du type : $u_C(t) = U_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$: les oscillations sont sinusoïdales non amorties.
- Donc pour **éliminer l'amortissement**, il faut **donner la valeur r à R₀** pour annuler le terme d'amortissement.

Pourquoi le montage est-il appelé montage à « résistance négative » ?

Considérons la portion de circuit ABM comprenant l'amplificateur opérationnel :

$$\text{On a } u_{AB} + u_{BM} = 0 + R_0 i'$$

$$\text{Or } i' = -i \quad \text{d'où } \boxed{u_{AB} + u_{BM} = -R_0 \times i}$$

On a donc un composant qui se comporte comme une résistance de valeur $-R_0$, résistance négative.

Que se passe-t-il en terme d'énergie ou de puissance ?

- L'amortissement était dû à l'effet joule dans la résistance correspondant à une puissance dissipée de $r \times i^2$.
- En ajoutant l'amplificateur opérationnel (alimenté en +15V ; -15V), **on fournit la puissance $R_0 \times i^2$ au circuit rLC qui, si $R_0 = r$, compense exactement la perte par effet joule.**
- Les **oscillations** sont donc **entretenues**.

Obtention d'oscillations sans générateur :

- Dans un rLC relié au montage à résistance négative, **même si le condensateur n'a pas été préalablement chargé par un générateur, nous pouvons obtenir des oscillations électriques.**
- En effet, les oscillations prennent naissance grâce à de **très petits mouvements aléatoires des électrons** libres dans le métal constituant la résistance. Ces très petites oscillations d'électrons (dûes à l'agitation thermique) existent dans tout conducteur.
- **Grâce à l'apport d'énergie due à l'amplificateur opérationnel (AO), les oscillations croissent en amplitude (AO en régime linéaire), puis l'AO passe en régime saturé et l'amplitude des oscillations décroît. Et ainsi de suite.**
- Il y a donc un **perpétuel changement du régime de l'AO** qui au final, permet aux **oscillations de se stabiliser** à une amplitude constante, en prenant soin de **régler la résistance négative R₀ proche de r**.