Correction des exercices chapitre 10

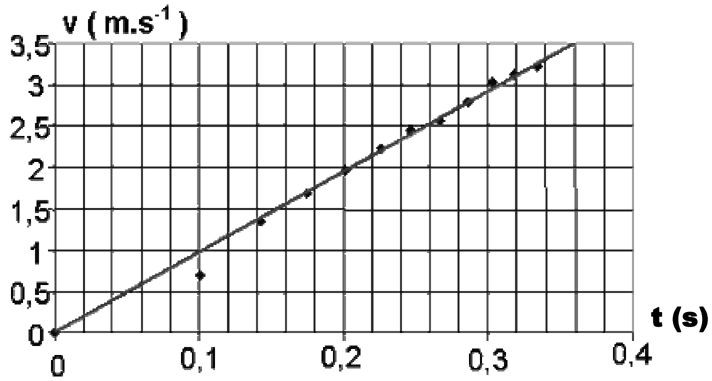
Exercice n° 14 p 233 :

a. Pour calculer les **vitesses instantanées**, on effectue : $v_i(t) = \dfrac{h_{i+1} - h_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}}$

t (s)	0	0,101	0,143	0,175	0,202	0,226	0,247	0,267	0,286	0,303	0,319	0,335	0,35
h (m)	0	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6
v (m.s^{-1})	0	0,70	1,35	1,69	1,96	2,22	2,44	2,56	2,78	3,03	3,12	3,23	/

Rq : **on ne peut pas calculer la vitesse instantanée pour le dernier instant** puisque nous ne disposons pas de la hauteur du point de l'instant d'après.

b. Pour savoir si le mouvement est uniformément accéléré, on doit tracer la courbe v = f(t) (c'est pourquoi on nous a fait calculer les vitesses instantanées). Cela donne :



On obtient bien une droite passant par l'origine d'équation v = kt avec k une cte positive.

c. Si le mouvement est uniformément accéléré, cela signifie que l'accélération est constante : comme a = $\dfrac{dv}{dt}$ alors a = k.

On doit calculer le coefficient directeur de la droite : k = $a = \dfrac{2.78 - 0}{0.286 - 0} = 9.7 m.s^{-2}$

Ceci ressemble à l'accélération d'un corps en chute libre.

Exercice n°17 p 233 :

a. Etablissement de l'équation différentielle du mouvement :

- Référentiel : le sol, référentiel terrestre supposé galiléen.
- Système : le parachutiste + son équipement (parachute ouvert)
- Bilan des forces : La force de frottement exercée par l'air sur le système : $\vec{f}$

  Le poids du parachutiste avec son matériel : $\vec{P}$
- Deuxième loi de newton : $\vec{P} + \vec{f} = m \times \vec{a}$

Si on projette sur l'axe z'z verticale vers le bas : mg – kv² = m$\dfrac{dv}{dt}$ $\Leftrightarrow$ $\boxed{\dfrac{dv}{dt} + \dfrac{k}{m} v^2 - g = 0}$

b. La vitesse peut devenir constante lorsque la force de frottement de l'air sur la parachutiste vient compenser le poids (comme la vitesse au moment de cette égalité est on nulle, la vitesse devient constante).

c. Si la vitesse devient constante alors dv/dt = 0. D'où $\dfrac{k}{m} v_{\lim}{}^2 - g = 0$

$$\Leftrightarrow k = \frac{m \times g}{v_{\lim}{}^2} = \frac{1.0 * 10^2 \times 9.8}{4.5^2} = 48 kg/m$$

Exercice n°19 p 234 :

a. Equation différentielle :

Référentiel : le sol sur lequel est posé l'éprouvette. Système : la bille. Bilan des forces : Poids, poussé d'Archimède et force de frottement fluide.

$$\Sigma\vec{F} = m\times\vec{a_G} = m\times\frac{d\vec{v_G}}{dt} = \vec{P}+\vec{\Pi}+\vec{f} \Leftrightarrow m\times\frac{dv_z}{dt} = P-\Pi-f = m\times g - \rho'\times V\times g - k\times v_z$$

Alors $\boxed{m\times\frac{dv}{dt} = -k\times v + (m-\rho'\times V)\times g = a\times v + b}$

b. La méthode d'Euler consiste à approximer la dérivée dv/dt. Dans le cas où l'on choisit un intervalle de temps suffisamment petit on peut remplacer dv/dt par $\delta v/\delta t$. Du coup on peut écrire

$$v(t+\delta t) = v(t) + \delta v = v(t) + (a\times v(t) + b)\times\delta t$$

c. Calcul des vitesses :

Les paramètres a utilisé sont les suivants : a = -9.0 s^{-1} et b = 10 $m.s^{-2}$, pas de calcul : δt = 0.03 s

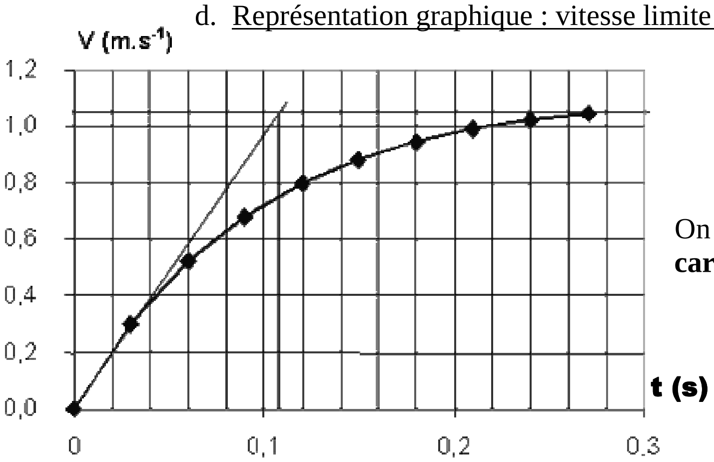
à t_6 = 0.18 s , v_6 = 0.94 $m.s^{-1}$

à $t_7 = t_6 + 0.03$ = 0,21 s , $v_7 = v_6 + (a\times v_6 + b)\times\delta t = 0.94 + (-9.0\times0.94 + 10)\times0.03 = 0.986$ $m.s^{-1}$

à $t_8 = t_7 + 0.03$ = 0.24 s , $v_8 = v_7 + (a\times v_7 + b)\times\delta t = 0.986 + (-9.0\times0.986 + 10)\times0.03 = 1.02$ $m.s^{-1}$

à $t_9 = t_8 + 0.03$ = 0.27 s , $v_9 = v_8 + (a\times v_8 + b)\times\delta t = 1.02 + (-9.0\times1.02 + 10)\times0.03 = 1.045$ $m.s^{-1}$

d. Représentation graphique : vitesse limite et temps caractéristique :



On trouve un **vitesse limite** égale à **1.05 m/s** et un **temps caractéristique** (déterminer graphiquement) égal à **0.105s.**

Exercice n°20 p 234 :

e. Pour répondre à cette question, il faut supposer que la bille est en chute libre puis calculer les caractéristiques du mouvement pour voir si on retombe sur les valeurs données.
Le système étudié est la bille dans le référentiel du sol, référentiel terrestre supposé galiléen. On suppose que la bille n'est soumis qu'à son poids :
D'où 2ème loi de Newton : $\vec{P} = m\times\vec{a}$, en projetant (axe z'z vertical vers le bas) : mg = ma donc a = g
D'où v(t) = gt + cte. Mais v(t=0) = 0 donc v(t) = gt. Après t = 0.50 s de chute : v = 9.8*0.50 = 4.9 m/s
Et enfin h(t) = 0.5*g*t² + cte. Mais on considère que la bille est lâchée du point O (z = 0) :
donc après t = 0.50 : h = 0.5*9.8*0.50² = 1.2m

Cl : on peut cocher la première et la dernière case.

f. Bille dans un liquide :

- Pour savoir s'il on peut cocher la première case, il faut calculer les deux forces :

La poussée d'Archimède a pour valeur : $\Pi = \rho_{liq}\times V\times g = 0.80*10^{-3}\times0.50\times9.8 = 3.9*10^{-3}$N
Le poids a pour valeur : $P = mg = 1.5*10^{-3}\times9.8 = 1.5*10^{-2}$ N
Si on effectue le rapport : $\frac{P}{\Pi} = \frac{1.5*10^{-2}}{3.9*10^{-3}} = 3.8$ Il y a moins d'un ordre de grandeur d'écart, la poussée d'Archimède ne peut pas être négligeable par rapport au poids de la bille.

- Le système étudié est la bille dans le référentiel du sol, terrestre supposé galiléen. La bille est soumise à son poids, à la poussée d'Archimède et la force de frottement fluide.

D'où 2ème loi de Newton : $\vec{P}+\vec{\Pi}+\vec{f} = m\times\vec{a}$, en projetant (axe z'z vertical vers le bas) :

$$mg - \rho_{liq}\times V\times g - kv = m(dv/dt)$$

Pour connaître la vitesse limite : si dv/dt = 0 alors

$$v_{lim} = \frac{(m-\rho_{liq}V)g}{k} = \frac{(1.5*10^{-3} - 0.80*10^{-3} \times 0.5)\times 9.8}{8.0*10^{-2}} = 0.13 m/s$$

<u>Cl :</u> On doit cocher la dernière case de la liste.

g. <u>Chute d'une balle de golf :</u>

On peut effectuer le même calcul que précédemment pour la comparaison des deux forces, mais nous ne disposons pas des données adéquates ici. En revanche, on connaît environ la masse volumique de l'air (1.3 g/m^3) et on sait qu'elle est 1000 fois inférieure à celle d'un liquide. Ainsi dans le cas de la chute d'un solide dans l'air, on néglige la poussée d'Archimède exercée par l'air.

Le coefficient k dans ce cas là est donnée par la formule (voir ex 17 question c)):

$$k = \frac{m \times g}{v_{lim}^2} = \frac{46*10^{-3} \times 9.8}{35^2} = 3.7*10^{-4} SI$$

<u>Cl :</u> On doit cocher la première case et la dernière case.

h. <u>Lancer de deux billes d'un même point :</u>

Il faut trouver les équations du mouvement des billes en considérant qu'elles ont été lancées avec une vitesse v_i :

- Le système étudié est chaque bille dans le référentiel du sol, référentiel terrestre supposé galiléen. On suppose que les billes ne sont soumis qu'à leur poids :

D'où 2ème loi de Newton : $\vec{P} = m \times \vec{a}$, en projetant (axe z'z vertical vers le bas) : mg = ma donc a = g

D'où v(t) = gt + cte. Mais à t = 0, v = - v_i (attention à la projection sur l'axez'z) donc : $\boxed{v(t) = gt - v_i}$

Donc z(t) = 0.5×g×t² - v_i×t + cte, si on considère que le point de lancer et z(t = 0) = 0 : $\boxed{z(t) = 0.5\times g\times t^2 - v_i\times t}$

- Intéressons-nous au point le plus haut de la trajectoire. On a en ce point :

v = 0 = gt – v_i donc $\boxed{t = v_i/g}$ et z = - h = 0.5×g×t² - v_i×t d'où h = - 0.5×g×(vi /g)² + vi×(vi/g)

d'où $\boxed{h = 0.5\times \frac{v_i^2}{g}}$

<u>Cl :</u> la valeur de h est indépendante de la masse de la bille.

- Calculons la vitesse initiale pour la première bille, qui monte à une hauteur de h = 1.5 m :

$$v_i = \sqrt{\frac{g\times h}{0.5}} = \sqrt{\frac{9.8\times 1.5}{0.5}} = 5.4 m/s$$

- La vitesse initiale ne dépendant que de h, elle ne peut-être identique pour les deux billes qui montent à deux hauteurs différentes.

- Pour la bille 2, calculons v_i et t (z = -h) :

$v_i = \sqrt{\frac{g\times h}{0.5}} = \sqrt{\frac{9.8\times 1.2}{0.5}} = 4.8 m/s$ et t (z = -h) = $\frac{v_i}{g} = \frac{4.8}{9.8} = 0.49 s$

<u>CL :</u> IL FALLAIT COCHER UNIQUEMENT LA DEUXIEME CASE.