

## EM11 : champ électrostatique

### L'essentiel

**L'interaction électromagnétique** est une des quatre interactions fondamentales, née de la réunion entre l'électricité et le magnétisme. C'est elle qui assure entre autre la cohésion des atomes (forces entre le noyau et les électrons).

**Force d'interaction coulombienne entre deux charges :**

$$\vec{F}_{1/2} = k \times \frac{q_1 q_2}{d^2} \times \vec{u}_{12}$$

Il y a attraction si  $q_1$  et  $q_2$  sont de signe contraire, il y a répulsion si  $q_1$  et  $q_2$  sont de même signe.

**Champ créé par une charge  $q_1$  en un point situé à une distance PM**

$$\vec{E} = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 PM^2} \vec{u}$$

Le champ  $\vec{E}$  est dirigé vers la charge  $q_1$  si celle-ci est négative.

**Champ créé par une distribution discrète de charges**

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 P_i M^2} \vec{u}_i \quad \text{avec } \vec{u}_i = \frac{\vec{P_i M}}{P_i M}$$

**Champ créé par une distribution linéique de charges**

$$\vec{E} = \int_{P \in L} \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 PM^2} \vec{u} = \int_{P \in L} \frac{\lambda dl}{4\pi\epsilon_0 PM^2} \vec{u} \quad \text{avec } \vec{u} = \frac{\vec{PM}}{PM}$$

**Champ créé par une distribution surfacique de charges**

$$\vec{E} = \iint_{P \in S} \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 PM^2} \vec{u} = \iint_{P \in S} \frac{\sigma dS}{4\pi\epsilon_0 PM^2} \vec{u} \quad \text{avec } \vec{u} = \frac{\vec{PM}}{PM}$$

**Champ créé par une distribution volumique de charges**

$$\vec{E} = \iiint_{P \in V} \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 PM^2} \vec{u} = \iiint_{P \in V} \frac{\rho d\tau}{4\pi\epsilon_0 PM^2} \vec{u} \quad \text{avec } \vec{u} = \frac{\vec{PM}}{PM}$$

**Pour "visualiser" un champ électrique,** on utilise les lignes de champ : ce sont des lignes orientées dans la même direction que le champ électrique ; en chaque point de celle-ci le champ  $\vec{E}$  est tangent.

**Les symétries et invariances** des distributions continues de charge permettent de simplifier l'expression possible pour le champ électrique créé par celles-ci.

- Les invariances (translation, rotation) permettent de s'affranchir de coordonnées dont dépend le champ.
- Les symétries ou antisymétries permettent de s'affranchir de composantes du champ.
- Si la distribution présente un plan de symétrie, le champ  $\vec{E}$  appartient nécessairement à ce plan.  
Si la distribution présente un plan d'antisymétrie, le champ  $\vec{E}$  est nécessairement orthogonal à ce plan.

### Calcul de champ par méthode intégrale

Après avoir déterminé les invariances et symétries de la distribution de charges, et donc après avoir simplifié l'expression du champ électrique, la méthode la plus directe consiste à calculer le champ par intégration.

Cependant, cette méthode est souvent fastidieuse.

### Théorème de Gauss

Ce théorème permet généralement un calcul plus aisé du champ électrique créé par une distribution lorsque celle-ci comporte de nombreuses symétries et invariances.

Après avoir déterminé celles-ci et donc simplifié l'expression du champ, on calcule le flux du champ  $\vec{E}$  à travers une surface fermée (qui délimite un volume) judicieusement choisie.

On a alors :

$$\Phi = \oiint_S \vec{E} \cdot \vec{n}_{ext} dS = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$

où  $\vec{n}_{ext}$  est le vecteur unitaire qui oriente la surface S et  $Q_{int}$  la charge contenue dans le volume délimité par la surface de Gauss.