TD M23 : Changement de référentiels

Exercice 1 : une balance dans un ascenseur

Soit un ascenseur en mouvement rectiligne le long d'un axe Oy ascendant d'un référentiel fixe galiléen. Un homme de $m = 80\,\text{kg}$ s'est installé sur un pèse-personne à l'intérieur de l'ascenseur.
La cabine démarre avec une accélération $a_y = 3\,\text{m.s}^{-2}$ dans une première phase, elle atteint une vitesse constante $v_y = \text{cste}$ pendant un certain temps avant de décélérer avec une accélération $a_y = -3\,\text{m.s}^{-2}$.

1. Appliquer la relation fondamentale de la dynamique au système "homme" dans un référentiel lié à la cabine d'ascenseur.
   Expliciter les différents termes lorsque c'est possible (expression des forces).
2. Projeter cette relation sur l'axe Oy et donner la relation entre la réaction R de la balance, g l'intensité de la pesanteur et a_y l'accélération de la cabine.
3. Sachant que l'indication donnée par le pèse-personne est reliée à la réaction $R = m^* \times g$; déterminer la masse m^* qu'indique la balance au cours des trois phases (on donne $g = 9.8\,\text{m.s}^{-2}$).

Exercice 2 : pendule simple en mouvement de translation

Soit un pendule simple fixé sur un chariot mobile le long d'un axe Ox horizontal. Ce pendule est constitué d'une masse m suspendue à un fil inextensible de longueur ℓ.
On cherche à connaître l'angle θ que fait le pendule avec la verticale en fonction de l'accélération du chariot. On note cette accélération a_x et on sait qu'elle est constante.
On sait enfin que l'angle θ est également constant.

1. Établir la relation entre l'angle θ et l'accélération a_x.
2. Sachant que l'angle θ est orienté dans le sens horaire, discuter de son signe en fonction du signe de a_x.

Exercice 3 : mouvement d'un point M glissant sans frottement sur une tige en rotation uniforme

Soit un point M de masse m glissant sans frottement le long d'une tige en rotation uniforme de vitesse $\omega = \dot{\theta}$ dans le plan xOy.
La longueur de la tige est $\ell = 1\,\text{m}$, la vitesse angulaire de la tige est $\omega = 6\,\text{rad.s}^{-1}$. Enfin, on connaît les conditions initiales :

- $OM = \dfrac{\ell}{4} = 0.25\,\text{m}$.
- $v(M) = 0$.

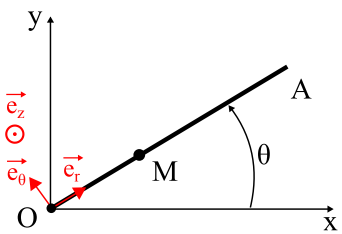

FIGURE 2 – Masse glissant le long d'une tige en rotation - vue de dessus

Déterminer la date à laquelle la masse M quitte la tige.

Indication : Au cours de la résolution de cet exercice, il faudra poser $X = e^{\omega\, t}$.

Exercice 4 : une perle sur un anneau en rotation

Un anneau de rayon r peut tourner sans frottement autour d'un axe vertical passant par son centre à la vitesse angulaire Ω constante. Une perle M de masse m est enfilée dans l'anneau et peut se mouvoir sans frottement sur celui-ci. On repère celle-ci par un angle θ qui est l'angle entre l'axe vertical et la position du point M à l'instant t.

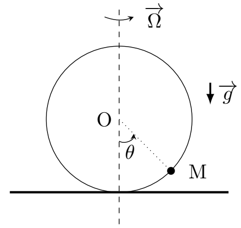

FIGURE 3 – Une perle sur un anneau en rotation

1. Faire un bilan des forces qui s'exercent sur la perle M dans le référentiel lié à l'anneau en rotation.
2. Expliquer pourquoi l'utilisation d'un théorème énergétique est judicieux pour étudier ce problème.
3. Exprimer l'énergie cinétique du point M en fonction de r et θ.
4. Énergies potentielles :
   - 4.1. Exprimer la différentielle de l'énergie potentielle de pesanteur $\mathrm{d}E_{\text{PP}}$ puis l'intégrer pour donner l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur en fonction de r et θ.
   - 4.2. Faire de même pour l'énergie potentielle dont dérive la force centrifuge.
   - 4.3. En déduire l'expression globale de l'énergie potentielle du point M. On prendra l'origine des énergies potentielles en $\theta = \dfrac{\pi}{2}$.
5. Établir l'équation différentielle qui régit le mouvement de la perle M.

Références

- "Physique Tout-en-un MPSI PCSI PTSI" - Marie-Noëlle Sanz / Anne-Emmanuelle Badel / François Clausset - Editions Dunod 2008 ;
- "Précis Mécanique PCSI" - C.Clerc / P.Clerc - Bréal ;