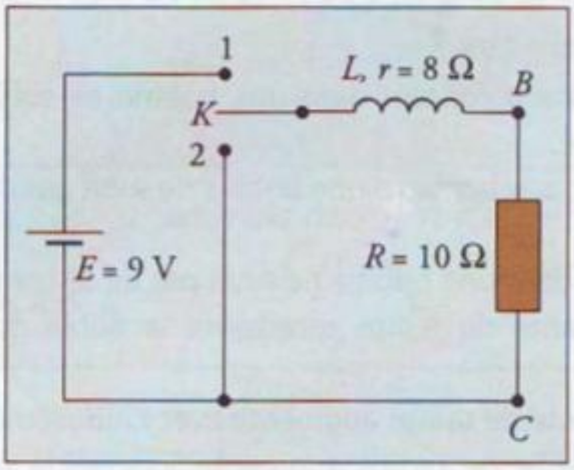
9. ÉTABLIR UNE ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE

Le circuit ci-dessous est orienté de *B* vers *C* et possède une inductance de 0,50 H.



1. On place le commutateur *K* en position 1.

a. Quel phénomène se produit-il dans le circuit ?

b. Quel est l'ordre de grandeur de la durée du régime transitoire ?

c. Quelle est l'expression de l'intensité I_0 du courant en régime permanent ? Quelle est la valeur de I_0 ?

2. On bascule *K* en position 2.

a. Quel phénomène se produit-il dans le circuit ?

b. Quel est le sens du courant ?

c. Quel est l'ordre de grandeur de la durée du régime transitoire ?

d. Établir l'équation différentielle permettant de déterminer l'expression de $i(t)$.

3. On considère l'équation différentielle précédente.

a. Quelle est la valeur du terme $\frac{di}{dt}$ à l'instant du basculement de *K*, pris pour origine des dates.

b. Calculer la tension entre les bornes de la bobine à cet instant ?

PROBLÈME

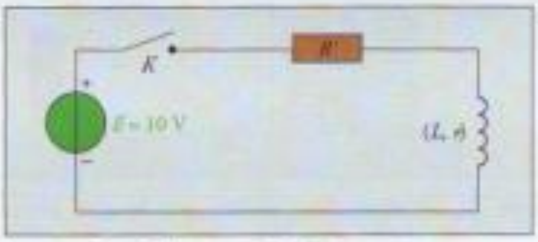
RÉPONSE D'UNE BOBINE À UN ÉCHELON DE TENSION

France métropolitaine, septembre 1996

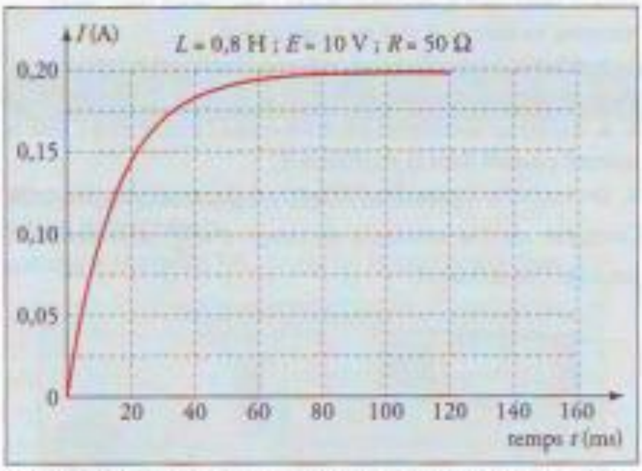
On se propose d'étudier l'établissement du courant au travers d'une bobine lorsque celle-ci est soumise à un échelon de tension. Pour obtenir une indication sur la durée nécessaire à l'établissement d'un régime permanent, on utilise la grandeur notée τ, appelée constante de temps du circuit et définie par $\tau = \dfrac{L}{R}$.

QUESTIONS

I. DÉTERMINATION DE LA VALEUR NUMÉRIQUE DE τ À PARTIR DE L'ÉTUDE DE LA COURBE D'ÉTABLISSEMENT DU COURANT



On donne : $R = R' + r = 50\ \Omega$.
Un dispositif permet d'enregistrer l'évolution, en fonction du temps, de l'intensité du courant traversant le circuit. À la date $t = 0$, on ferme l'interrupteur. Cette action déclenche la réalisation des mesures ; on obtient la figure 1 ci-dessous.

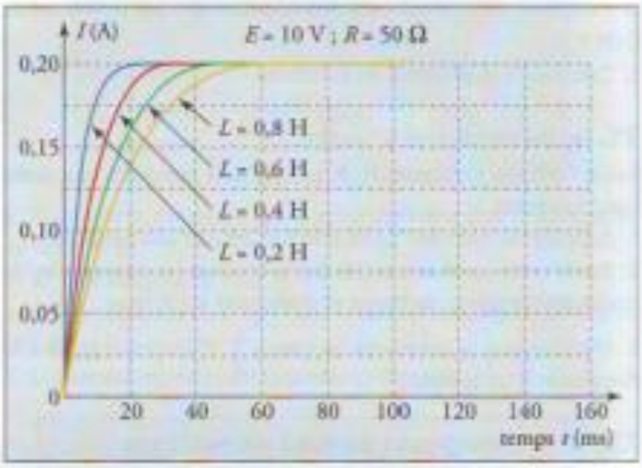


1. *Soit I l'intensité du courant électrique qui traverse le circuit, en régime permanent.*
Établir son expression littérale à partir des caractéristiques du circuit. Déterminer sa valeur numérique.

2. *On admet que l'intensité atteint 63 % de sa valeur maximale I au bout d'un temps τ. Déterminer la valeur de τ, constante de temps du circuit, à partir de la* figure 1.

II. VÉRIFICATION DE L'EXPRESSION LITTÉRALE DE τ

Pour effectuer cette détermination, l'expérience réalisée dans la partie I est reprise en conservant pour r la valeur 50 Ω, *mais en donnant à L différentes valeurs.*
Les enregistrements effectués permettent d'obtenir un faisceau de courbes (figure 2) *donné ci-dessous.*



1. *Déterminer, à partir des enregistrements effectués, les valeurs de τ correspondant aux différentes valeurs de L. Compléter le tableau ci-dessous. Ce tableau est à reproduire sur votre copie.*

L (H)	0,20	0,40	0,60	0,80
τ (ms)				

2. *Pour chacune des valeurs de L précédentes, calculer le rapport $\dfrac{L}{\tau}$. Conclure.*

3. *En déduire la valeur expérimentale de R.*
Est-elle en accord avec les données ?

III. DÉTERMINATION DE LA VALEUR NUMÉRIQUE DE τ À PARTIR DE L'EXPLOITATION THÉORIQUE DE LA COURBE D'ÉTABLISSEMENT DU COURANT

Le circuit est celui proposé dans la partie I.
En utilisant la relation d'additivité des tensions dans le circuit série, on obtient l'équation différentielle régissant l'établissement du courant dans le circuit :

$$E = R \cdot i + L \cdot \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}.$$

1. *Vérifier que le terme $\dfrac{L}{R}$ est homogène à un temps.*

2. *Quelle est la valeur de l'intensité du courant à la date $t = 0$ s ?*
Comment s'écrit alors l'équation différentielle donnée précédemment ?

3. *Déterminer, à la date $t = 0$ s, l'expression du terme $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$.*
En déduire l'équation de la tangente à la courbe d'établissement du courant à la date $t = 0$ s, et montrer que cette droite passe par $i = I$ en $t = \tau$.