Chapitre 15 : Aspects énergétiques

Connaissances et savoir-faire exigibles :

(1) Connaître l'expression du travail élémentaire d'une force.
(2) Établir l'expression du travail d'une force extérieure appliquée à l'extrémité d'un ressort, par méthode graphique et par intégration.
(3) Établir et connaître l'expression de l'énergie potentielle élastique d'un ressort.
(4) Établir l'expression de l'énergie mécanique d'un système solide-ressort et d'un projectile dans un champ de pesanteur.
(5) Exploiter la relation traduisant, lorsqu'elle est justifiée, la conservation de l'énergie mécanique d'un système.
(6) Calculer la variation de l'énergie cinétique d'un système à partir de la variation d'énergie potentielle et réciproquement. (**Exercices**)
(7) Savoir exploiter un document expérimental pour : (**Exercices**)
- ✓ Calculer des énergies
- ✓ Reconnaître et interpréter la conservation ou la non-conservation de l'énergie mécanique d'un système.

I Transfert d'énergie par travail :

1) Travail d'une force constante lors d'un déplacement rectiligne :

a. Une force est dite constante lorsque sa **valeur, son sens et sa direction ne varient pas** au cours du temps.

b. Le travail d'une force constante $\vec{F}$ pour un déplacement rectiligne $\overrightarrow{AB}$ de son point d'application est le produit scalaire de $\vec{F}$ par $\overrightarrow{AB}$. Il est noté :

$$\boxed{W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB} = F*AB*\cos\alpha}$$

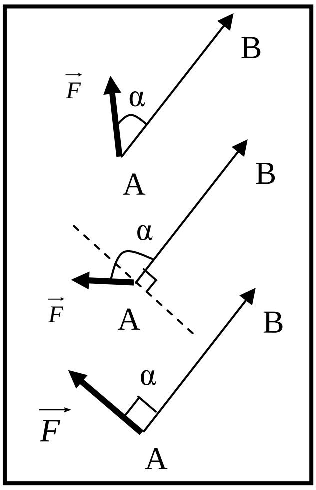
- $W_{AB}(\vec{F})$: travail exprimé en Joules (J).
- F : valeur de la force en Newton (N).
- AB : longueur du déplacement (m)
- α : angle entre $\vec{F}$ et $\overrightarrow{AB}$ (° ou rad)

On rappelle que le travail est une **grandeur algébrique**, qui peut donc prendre soit le signe positif, soit le signe négatif. On a alors trois types de travaux :

a. **Si α<90°** alors cos α >0 et **W>0 (travail positif)**.
On remarque que la force va favoriser le mouvement dans le sens du déplacement $\overrightarrow{AB}$. On dit que le **travail est moteur**.

b. **Si α>90°** alors cos α <0 et **W<0 (travail négatif).**
La force va alors s'opposer au mouvement du solide, on dit qu'elle effectue un **travail résistant**.

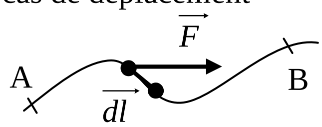
c. Si **α=90°** alors cos α =0 et W=0 (**travail nul**).



Doc n°1

2) Travail élémentaire d'une force [1] :

Comme **tous les déplacements ne sont pas rectilignes**, comment faire dans un cas de déplacement quelconque ?
On définit alors un déplacement élémentaire : c'est une portion de courbe suffisamment petite pour qu'elle soit considérée rectiligne. On la note $\overrightarrow{dl}$.



Ainsi une force $\vec{F}$ qui se déplace sur ce déplacement élémentaire fournit un travail élémentaire :

$$\boxed{\delta W = \vec{F} \bullet \vec{dl}}$$

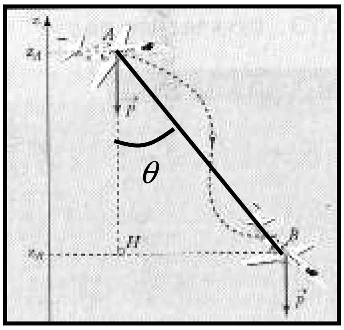
3) Expression générale du travail :

- A partir du travail élémentaire, **on peut obtenir le travail de n'importe quelle force sur n'importe quel déplacement.**
- Par exemple sur le schéma précédent, pour obtenir le travail de $\vec{F}$ entre A et B**,** on va sommer tous les travaux élémentaires de $\vec{F}$ entre A et B**.**

On va donc utiliser **l'outil intégration** :

$$\boxed{W_{AB}(\vec{F}) = \int_A^B \delta W = \int_A^B \vec{F} \bullet \vec{dl}}$$

- Application au travail du poids :



Doc n°2

Calculons le travail du poids dans le cas d'un avion à l'atterrissage :

On a $W_{AB}(\vec{P}) = \int_A^B \vec{P} \bullet \vec{dl} = \vec{P} \bullet \int_A^B \vec{dl}$ car le poids est considéré constant lors de cette phase.

D'où $W_{AB}(\vec{P}) = \vec{P} \bullet \vec{AB} = P \times AB \times \cos\theta = m \times g \times (z_A - z_B)$

On rappelle que le travail du poids d'un corps ne dépend pas du chemin suivi.

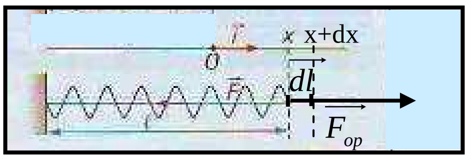
4) Travail d'une force extérieure appliquée à l'extrémité d'un ressort [(2)] :

a. Travail élémentaire de la force de tension :

- Cette force est celle qu'un **opérateur** appliquerait à l'extrémité d'un ressort pour le déformer. On l'appelle **force de tension** .
  En réaction à cette force de l'opérateur (3ème loi de Newton), le ressort exerce une force de rappel dont on a donné les caractéristiques au chapitre précédent : $\vec{F} = -k\,x\,\vec{i}$

$$\boxed{\textbf{Ainsi on a : } \vec{F_{op}} = -\vec{F} = k\,x\,\vec{i}}$$

- On veut faire passer le ressort d'un allongement algébrique x_1 à un allongement algébrique x_2.
  Pour cela l'opérateur doit fournir un travail qui se calcule en effectuant la somme des travaux élémentaires de la force $\vec{F_{op}}$ pour des déplacements élémentaires dx :



Doc n°3

$$\boxed{\delta W(\vec{F_{op}}) = \vec{F_{op}} \bullet \vec{dl} = k\,x\,dx}$$

En effet, la force et le déplacement sont colinéaires et de même sens.

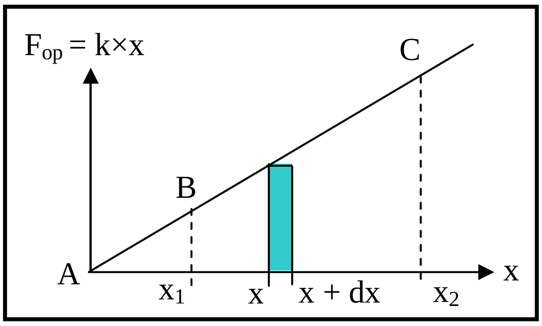
b. Expression du travail entre deux allongements de la force de tension par intégration :

Pour avoir le travail entre x_1 et x_2, il suffit d'intégrer entre ces deux allongements :

$$\boxed{W_{12}(\vec{F_{op}}) = \int_{x_1}^{x_2} \delta W(\vec{F_{op}}) = \int_{x_1}^{x_2} k\,x\,dx = \left[\frac{1}{2}k\,x^2\right]_{x_1}^{x_2} = \frac{1}{2}k\left(x_2^{\,2} - x_1^{\,2}\right)}$$

c. Expression de ce travail comme aire sous la courbe (méthode graphique) :

- Traçons la fonction $\mathbf{F_{op} = k\,x = f(x)}$: on obtient une **droite passant par l'origine** de coefficient directeur k. Le travail élémentaire $\delta W\left(\overrightarrow{F_{op}}\right) = k\,x\,dx$ correspond à l'aire du rectangle de côtés $F_{op}(x)$ et dx (en bleu).
- dx étant infiniment petit, l'aire **de ce rectangle est infiniment proche de l'aire sous la droite**.
- Donc pour avoir le travail entre x_1 et x_2 il faut **sommer toutes les aires des rectangles** compris entre x_1 et x_2 et situés sous la droite.



Doc n°4

Cette aire totale est égale à la différence des aires des deux triangles rectangles ACx_2 et ABx_1 :

$$\boxed{W_{12}(\overrightarrow{F_{op}}) = \frac{x_2 \times k\,x_2}{2} - \frac{x_1 \times k\,x_1}{2} = \frac{1}{2}k\left(x_2{}^2 - x_1{}^2\right)}$$

II Energie cinétique :

1) Définition :

Un objet en mouvement possède une énergie due à sa vitesse. On appelle cette énergie, l'énergie cinétique, elle **caractérise l'état de mouvement** du solide :

Un solide de masse m animé d'un mouvement de translation à la vitesse v possède une énergie cinétique :

$$\boxed{\mathbf{E_C = \tfrac{1}{2}\, m\, v^2}}$$

avec E_c : énergie cinétique en joules (J)
m : masse du solide en kg
v : vitesse du solide en $m.s^{-1}$

2) Rappel : théorème de l'énergie cinétique :

Dans un référentiel galiléen, la variation d'énergie cinétique d'un solide, entre deux instants, est égale à la somme des travaux des forces extérieures appliquées à ce solide :

$$\boxed{\Delta E_C = E_C(B) - E_C(A) = \Sigma\, W_{AB}(\overrightarrow{F_{ext}})}$$

III Energies potentielles :

1) Définition :

Une énergie potentielle, comme son nom l'indique, est une énergie **qui peut être, ou non, convertie en une autre forme d'énergie** ou transférée par travail, transfert thermique ou rayonnement.

Tant qu'elle n'est pas transférée, elle est « stockée » dans le système. Elle est donc potentielle !
Cette énergie existe lorsque le système est en interaction avec un autre corps.

2) Energie potentielle de pesanteur :

Un système possède cette énergie de par son interaction avec la Terre :

a. Origine de cette énergie :

On veut éloigner le centre d'inertie d'un solide de la surface de la terre c'est à dire le faire passer d'une position A où il est au repos à une position B où il est également au repos. Pour cela, on exerce donc une force $\overrightarrow{F}_{op}$.

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique à ce problème :
Référentiel : sol terrestre, supposé galiléen
Système : le solide à déplacer
Forces : la force $\overrightarrow{F_{op}}$ de l'opérateur et le poids de l'objet

$\Delta Ec = Ec(B) - Ec(A) = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 = 0 = W_{AB}(\vec{P}) + W_{AB}(\overrightarrow{F_{op}})$

d'où $W_{AB}(\overrightarrow{F_{op}}) = - W_{AB}(\vec{P}) = - mg(z_A - z_B) = mg(z_B - z_A) = E_{PPB} - E_{PPA}$

On dit que grâce à ce travail de la force $\vec{F}$, on a fait varier l'énergie potentielle de pesanteur du système.

b. Définition :

L'énergie potentielle de pesanteur d'un solide est l'énergie qu'il possède du fait de son interaction avec la Terre.

$$\boxed{E_{pp} = m.g\,z}$$

- E_{pp} : énergie potentielle de pesanteur (J).
- m : masse du solide (kg)
- g : valeur de la pesanteur ($N.kg^{-1}$)
- z : altitude du centre de gravité du solide (m)

On considère que par convention que $E_{pp} = 0$ pour l'altitude z = 0. L'axe des z est vertical dirigé vers le haut.

Remarque :
- Cette relation est valable au voisinage de la Terre pour que l'on considère g constant.
- L'altitude de référence peut-être choisie différemment, puisque ce qui a une signification physique est la variation d'énergie potentielle.

3) Energie potentielle élastique [3] :

Dans ce cas, le système est en interaction avec l'opérateur qui peut déformer le ressort.

Si l'opérateur fait passer le ressort d'un allongement x_1 à un allongement x_2 en exerçant une force $\overrightarrow{F_{op}}$

Alors il fait varier l'énergie potentielle élastique du ressort. On a :

$$E_{Pél2} - E_{Pél1} = W_{12}(\overrightarrow{F_{op}}) = \frac{1}{2}k\,x_2^2 - \frac{1}{2}k\,x_1^2$$

On définit donc l'énergie potentielle élastique par :

$$\boxed{E_{Pél} = \frac{1}{2}k\,x^2}$$

- $E_{Pél}$: énergie potentielle élastique (J).
- k : constante de raideur du ressort ($N.m^{-1}$)
- x : Allongement algébrique du ressort (m)

IV Energie mécanique :

1) Energie mécanique du système solide-ressort :

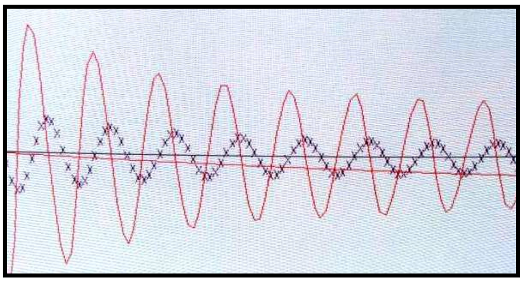
a. Etude expérimentale :

- Expérience : Table diginum *Voir fiche matériel*

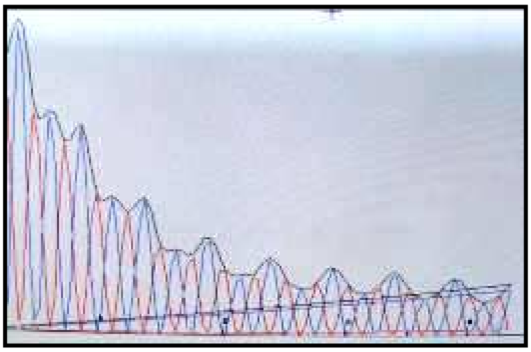
On enregistre le mouvement du mobile horizontal relié à deux ressorts (équivalent à un seul).
On déduit des **relevés automatiques de l'allongement x** du ressort, les valeurs de la vitesse du mobile.
Puis avec ces grandeurs (x et v) on calcule E_C et $E_{Pél}$ et on les représente sur un graphique.

- Résultats :

On remarque que lorsque **l'élongation est nulle alors la vitesse est maximale.**
Or comme $E_C = \frac{1}{2} m v^2$ et $E_{Pél} = \frac{1}{2} k x^2$, lorsque l'énergie cinétique est maximal (v maximal) alors l'énergie potentielle élastique est nulle (x nulle).



Doc n°5
En bleu x(t)
En rouge $v_x(t)$



Doc n°6
En bleu $E_{Pél}(t)$
En rouge $E_C(t)$
En noir $E_{Pél}(t) + E_C(t)$

- Conclusion :

Dans le cas où les **frottements** peuvent être considérés comme **négligeables**, **les variations d'énergie potentielle compensent les variations d'énergie cinétique.**

b. Etude théorique :

- On a établit l'équation différentielle du solide lié à une ressort (ou deux) en mouvement dans un référentiel galiléen (par exemple table sur laquelle est posée le dispositif).
  Les forces appliquées était le **poids du mobile et la réaction de la table** à coussin d'air (qui se compensaient) ainsi que la **force de rappel du ressort**.

L'équation était : $\boxed{\ddot{x} + \frac{k}{m} x = 0}$ si les **frottements** sont **négligeables**.

- Traitons cette équation afin de **faire apparaître les énergies** :

$m\ddot{x} + kx = 0$; multiplions de part et d'autre par la vitesse $v_{Gx} = \dot{x}$

$$\Leftrightarrow \boxed{m\ddot{x}\dot{x} + kx\dot{x} = 0} \qquad (*)$$

- Comment retrouver les énergies dans cette équation ?

Fonctionnons en sens inverse et **voyons ce que donne la dérivée des expressions des énergies** :

- ✓ $\frac{dE_C}{dt} = \frac{1}{2} m \left(\dot{x}^2\right)' = \frac{1}{2} m \, 2 \dot{x}\ddot{x} = m \dot{x}\ddot{x}$

  Donc si on intègre cette expression, on obtient $E_C + cte_1$
- ✓ $\frac{dEpél}{dt} = \frac{1}{2} k \left(x^2\right)' = \frac{1}{2} k \, 2 x \dot{x} = k x \dot{x}$

  Donc si on intègre cette expression, on obtient $E_{Pél} + cte_2$

- ✓ Finalement, si on intègre la relation (*) : $E_C + cte_1 + E_{Pél} + cte_2 = cte_3$

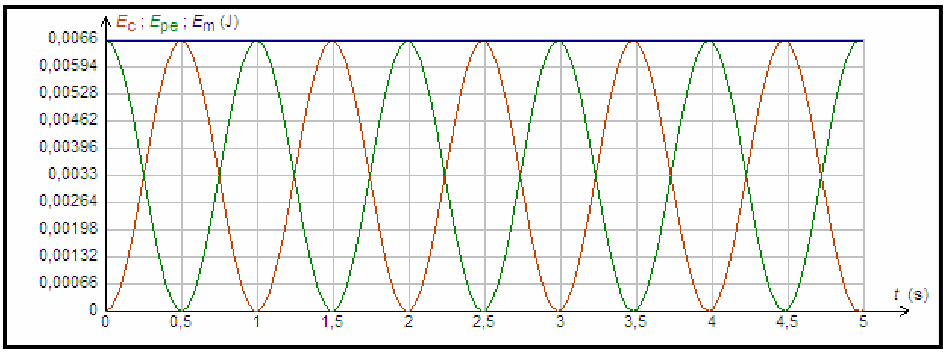
$$\Leftrightarrow \boxed{E_C + E_{Pél} = cte}$$

c. Notion d'énergie mécanique [5] :

On définit l'énergie mécanique du solide ressort par : Em = E_C + $E_{Pél}$
Si le système solide-ressort évolue sans frottements, alors l'énergie mécanique de ce système se conserve

Em = cte

On a donc une **conversion d'énergie cinétique en énergie potentielle élastique et vice-versa**. S'il n'y a pas de pertes énergétiques par frottements, on obtient les courbes :



Doc n°7

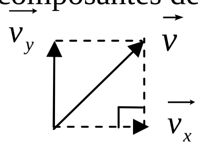
2) Energie mécanique d'un projectile : *Fiche élève*

a. Etude expérimentale :

➢ Manipulation : *Voir TPφ 1ère S*

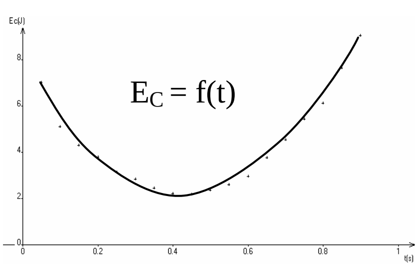
✓ A l'aide d'un **logiciel vidéo permettant le pointage**, on peut étudier le mouvement d'une chute parabolique d'une balle. En relevant les positions de la balle, on obtient son altitude et on peut remonter à la vitesse de celle-ci :

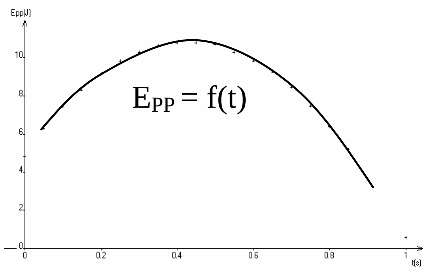
✓ On définit les variables v_x et v_y et on les calculer dans le tableur. v_x et v_y sont les deux composantes de la vitesse suivant le schéma ci-contre :

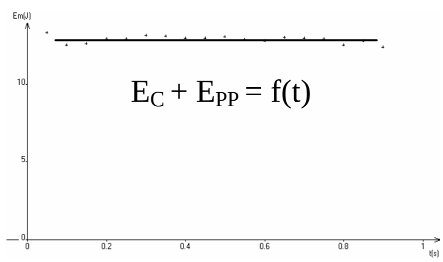


On peut alors ensuite calculer v² grâce au théorème de Pythagore : $v^2 = v_x^2 + v_y^2$.

✓ On peut alors **calculer les énergies E_C et E_{PP}**, on obtient, si on représente les évolutions de ces énergies en fonction du temps :







Il y a une nouvelle fois **conversion d'énergie cinétique en énergie potentielle et inversement**.

S'il n'y a pas de frottements, la somme E_C + E_{PP} est constante

b. Etude théorique :

En prenant comme **système la balle**, et en étudiant le mouvement de celle-ci dans le **référentiel du sol**, référentiel terrestre considéré galiléen, on obtient les équations suivantes (on travaille dans le plan yOz) :

$$m\ddot{y} = 0 \quad (1) \quad et \quad m\ddot{z} = -mg \quad (2)$$

- Si on multiplie (1) par $\dot{y}$, on obtient $m\,\ddot{y}\,\dot{y}=0$ (1')

or $\dfrac{dE_{C\,y}}{dt}=\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{1}{2}m\,{v_y}^2\right)=\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{1}{2}m\left(\dot{y}\right)^2\right)=\dfrac{1}{2}m\,2\,\dot{y}\,\ddot{y}=\,m\,\ddot{y}\,\dot{y}$

Donc si on intègre (1'), on obtient : E_{Cy} + cte_1 = cte_2 (1'')

- Si on multiplie (2) par $\dot{z}$, on obtient $m\,\dot{z}\,\ddot{z}=-m\,g\,\dot{z}$ (2') ;

or $\dfrac{dE_{C\,z}}{dt}=\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{1}{2}m\,{v_z}^2\right)=\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{1}{2}m\left(\dot{z}\right)^2\right)=\dfrac{1}{2}m\,2\,\dot{z}\,\ddot{z}=m\,\ddot{z}\,\dot{z}$

et $\dfrac{dE_{PP}}{dt}=\dfrac{d}{dt}\left(m\,g\,z\right)=m\,g\,\dot{z}$;

Donc si on intègre (2') : E_{Cz} + cte_3 + E_{PP} + cte_4 = cte_5 (2'')

- <u>CL :</u> si on ajoute membre à membre (1'') et (2'') on a : $\boxed{E_C + E_{PP} = cte}$

On peut donc définir l'énergie mécanique d'un projectile comme étant la somme de son énergie cinétique et de son énergie potentielle de pesanteur : Em = E_C + E_{PP}
Si le mouvement s'effectue sans frottements, l'énergie mécanique se conserve.

Exercices n°15 p 328 et n°26 p 330