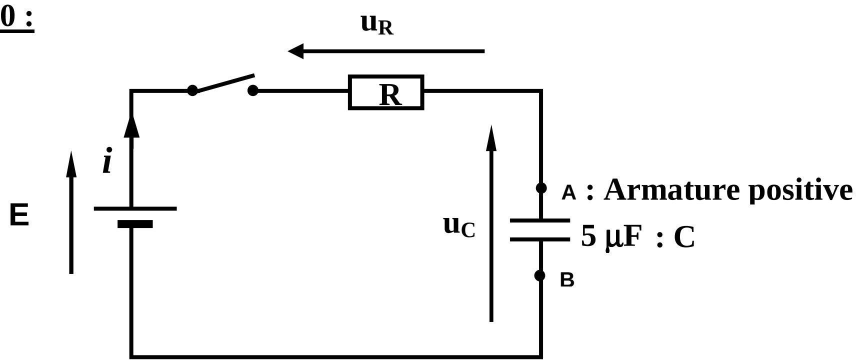
Correction des exercices chapitre 6

Exercice n° 9 p 150 :

1)



2) D'après la loi des tensions : $E = u_R + u_C$ relation (1)

3) On a $u_R = R \times i$ et $i = \frac{dq}{dt}$

4) On a donc $i = C \times \frac{du_C}{dt}$

5) Reprenons la relation (1) en reportant les différentes expressions trouvées aux questions 3) et 4) :

$$u_C + RC \times \frac{du_C}{dt} = E$$

6) a. Avant de remplacer dans l'équation différentielle, trouvons l'expression de $\frac{du_C}{dt}$:

$$\frac{du_C}{dt} = a \times b \times \exp(bt) \quad \text{donc} \quad c + a \times \exp(bt) + RC \times a \times b \times \exp(bt) = E$$

Ceci est vérifié si et seulement si $c = E$ et $b = -1/RC$

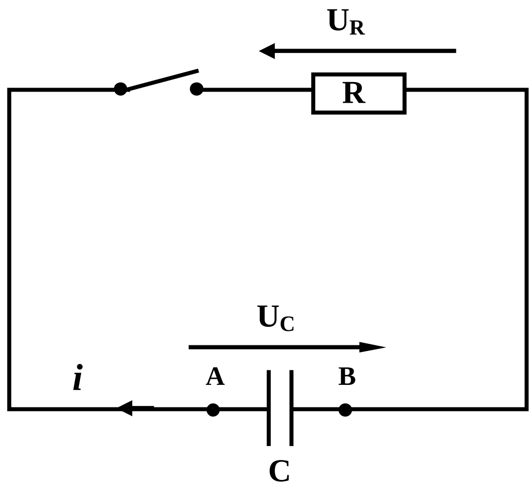
b. A t = 0, la tension aux bornes du condensateur u_C est nulle puisque le condensateur n'est pas chargé :
d'où $u_C(t = 0) = c + a = 0$ et $a = -c = -E$

c. On a alors : $u_C(t) = E - E \times \exp(-t/RC) = E (1 - \exp(-t/RC))$. Avec les valeurs qui sont données :

$$\boxed{u_C(t) = 6{,}0 \times (1 - \exp(-t/22))}$$

Exercice n°12 p 151 :

a.



b. D'après la loi des tensions : $u_R + u_C = 0$ relation (1)

c. On sait que $u_R = R \times i$ et $i = \frac{dq}{dt} = C \times \frac{du_C}{dt}$ donc $\boxed{RC \times \frac{du_C}{dt} + u_C = 0}$

d. On calcul le terme dérivé de u_C :

$$\frac{du_C}{dt} = a \times b \times \exp(bt)$$

Donc : $R \times C \times a \times b \times \exp(bt) + a \times \exp(bt) = 0$

Trouvons la constante b :
Pour satisfaire cette équation, Il faut que $R \times C \times a \times b = -a \Leftrightarrow R \times C \times b = -1 \Leftrightarrow \boxed{b = -1/RC}$

AN : $b = \frac{-1}{15*10^3 \times 0.1*10^{-6}} = \frac{-1}{1.5*10^{-3}}\ s^{-1}$

Trouvons la constante a :
On sait qu'à t = 0, $q_A = C \times u_C = 0.6*10^{-6}$ Coulomb

Ainsi : $u_C(t=0) = a \times \exp(b \times 0) = a = \frac{0.6*10^{-6}}{0.1*10^{-6}} = 6\ V$

Finalement : $\boxed{\mathbf{u_C(t) = 6 \times \exp(-t/1.5*10^{-3})}}$

Exercice n°16 p 152 :

a. **Cette courbe concerne la charge du condensateur** puisque initialement $u_C(t) = 0$ ce qui signifie que le condensateur n'est pas chargé initialement.
b. **Cette courbe correspond également à la charge du condensateur :**

- On sait que l'intensité du courant dans un circuit comportant un condensateur est de la forme : $i = C \times \frac{du_C}{dt}$
- On rappelle le terme $\frac{du_C}{dt}$ représente le **coefficient directeur de la tangente** à la courbe $u_C(t) = f(t)$.
- On voit ainsi, d'après la courbe $u_C(t)$, que **la tangente à cette courbe diminue au cours du temps, d'où l'intensité du courant dans le circuit diminue lors de la charge du condensateur**.

c. On sait que la limite de la tension uC(t) lorsque t tend vers l'infini est la tension sous lequel le condensateur est chargé : E

- Les courbes n°1 et n°2 semble admettre la même limite quand t tend vers l'infini : 4V. De plus, on a : RC(a) = 0.22 s et RC(d) = 0.47 s et on sait que plus le produit RC est grand, plus le système répond lentement.

Ainsi, la courbe n°1 correspond au cas a et la courbe n°2 au cas d

- Les courbes n°3 et n°4 admette la même limite lorsque t tend vers l'infini : E = 2V

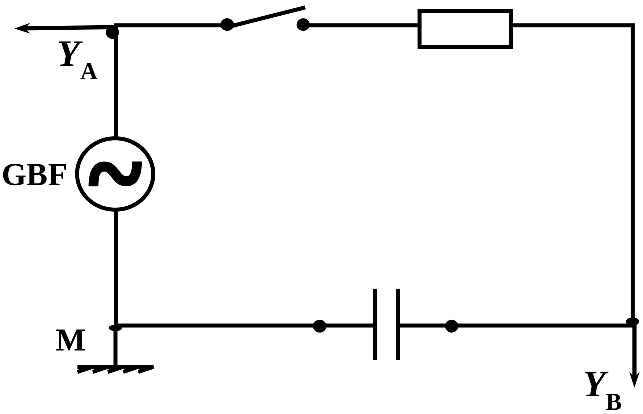
RC(b) = 0.44 s et RC(c) = 0.22 s.

Ainsi, la courbe n°3 correspond au cas c et la courbe n°4 au cas b

Exercice n°18 p 152 :

I Etude de l'oscillogramme 1

a. La courbe B représente la tension aux bornes du condensateur du circuit. On observe la charge et la décharge d'un condensateur.

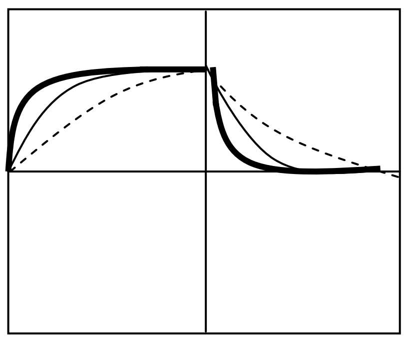


b. D'après la relation des tensions : $E = u_R + u_C$ avec E l'amplitude maximale de la tension délivrée par le GBF.
On lit sur l'oscillogramme que $u_C$max = 2 V d'où $u_R$max = E - $u_C$max = 4 – 2 = 2V

c. Pour la base de temps, il faut que la totalité de la dimension horizontale de l'écran (10 divisions) corresponde à la période du signal délivré par le GBF soit $T = 1/f = 1/200 = 5*10^{-3}$ s.
10 div pour $5*10^{-3}$ s donc 1 div pour $5*10^{-4}$ s : **Calibre 0.5 ms / div**

Pour la déviation verticale on doit avoir 4 divisions pour 4V : **Calibre 1V / div**

d. Si la valeur de R est notablement augmenter, cela signifie qu'on augmente grandement la constante de temps RC et ainsi, le système mettra plus de temps à répondre à l'échelon de tension : le condensateur se chargera moins rapidement et la courbe $u_C(t)$ sera aplatie :



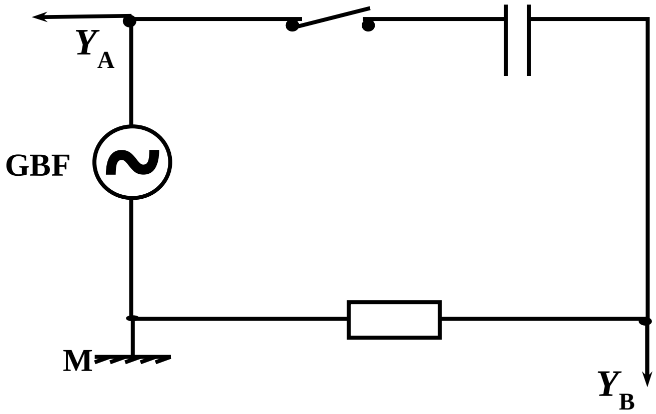
On obtiendrait les courbes en pointillés.

Au contraire si on diminue fortement R, la constante de temps sera diminuée et le système répondra plus rapidement :

On obtiendrait les courbes en gras.

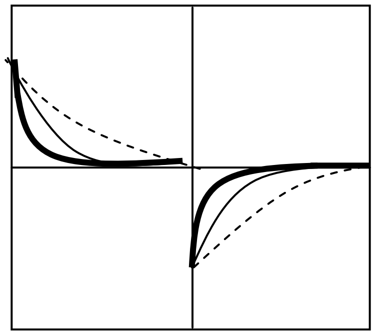
I Etude de l'oscillogramme 2

1) Nous avons interverti le condensateur avec la résistance afin de pouvoir, sans problème de masse, visualiser la tension aux bornes du générateur et **la tension aux bornes de la résistance, évolution de l'intensité à un facteur prêt (courbe B).**

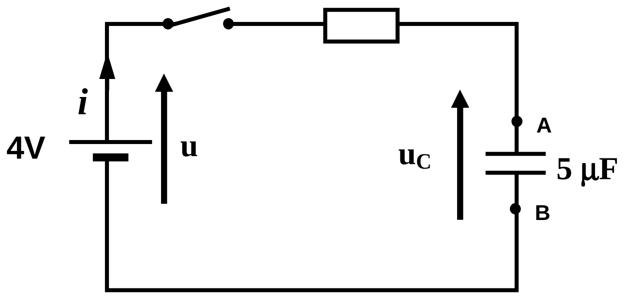


2) La valeur de C influe directement sur la valeur de la constante de temps, comme le faisait la résistance au I.
Si on augmente la valeur de C, le système va répondre plus lentement : courbe en pointillé.

Si on diminue la valeur de C, le système répondra plus vite courbe en gras :



3) a. Schéma du circuit :



- On utilise la **convention générateur** pour représenter u (flèche de u dans le même sens que flèche de i).
- On utilise la **convention récepteur** pour u_C (flèche de u_C dans le sens inverse de la flèche de i)

b. D'après la loi des tensions à partir de t > 0 : $U = u_C + R\times i$

Or $i = \dfrac{dq}{dt} = C\times\dfrac{du_C}{dt}$ d'où $\boxed{u_C + RC\times\dfrac{du_C}{dt} = U}$

c. On a $u_C = U\times(1 - \exp(-t/RC))$ et $\dfrac{du_C}{dt} = \dfrac{U}{RC}\times\exp(-t/RC)$

d'où : $u_C + RC\times\dfrac{du_C}{dt} = U\times(1 - \exp(-t/RC)) + RC\times\dfrac{U}{RC}\times\exp(-t/RC) = U - U\times\exp(-t/RC) + U\times\exp(-t/RC)$
$= U$

L'équation différentielle est bien vérifiée par la solution proposée.

Est-ce que la condition initiale est respectée ?

On doit avoir $u_C(t = 0) = 0$. On trouve aisément que c'est le cas car exp(0) = 1

d. Pour trouver la valeur de C :

- Il faut tout d'abord trouver la valeur de la constante de temps $\tau = RC$.
On peut le faire graphiquement en regardant à quelle abscisse correspond le point d'ordonnée 0.63E (car le condensateur est chargé à 63% à $t = \tau$).
Or $0.63E = 0.63\times4 = 2.52$. Pour $u_C = 2.52$ V on a $\mathbf{t = \tau = 3\ ms}$

- Comme $\tau = RC$, et que nous avons la valeur de R (100 Ω) :

$$\boxed{C = \frac{\tau}{R} = \frac{3*10^{-3}}{100} = 3*10^{-5}\,F = 30\,\mu F}$$