Correction des exercices chapitre 12

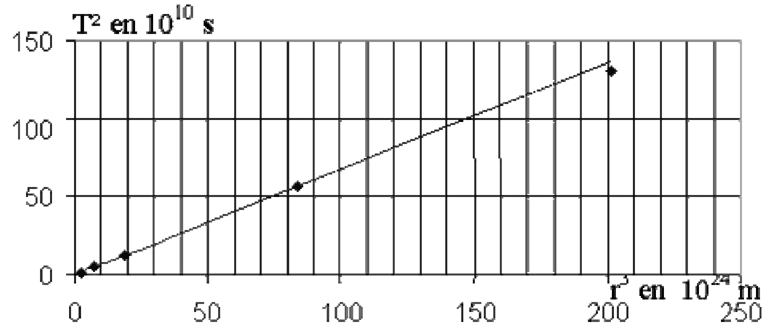
Exercice n° 8 p 262 (corrigé à la fin du livre) :

a. Graphique :

Avant de tracer le graphe, il faut calculer et réunir dans le tableau (en rajoutant deux colonnes) les valeurs de T² et de r^3 :

Satellite	Période T ($\times 10^5$s)	Rayon r ($\times 10^8$ m)	T² ($\times 10^{10}$s)	r^3 ($\times 10^{24}$ m)
Miranda	1.22	1.30	1.49	2.20
Ariel	2.18	1.92	4.75	7.08
Umbiel	3.58	2.67	12.82	19.03
Titania	7.53	4.38	56.70	84.03
Obéron	11.7	5.86	136.89	201.23

Voici la courbe :



b. Cette courbe qui a la forme d'une droite indique que T² = cte × r^3 d'où $\boxed{\frac{T^2}{r^3} = cte}$ et on retrouve la 3ème loi de Kepler.

c. Pour démontrer cela il faut **appliquer la 2ème loi de Newton** à un satellite d'Uranus, dans un référentiel centré sur le centre de cette planète. Le système matériel considéré est un des satellites. La seule force qui s'exerce est la force d'attraction gravitationnelle d'Uranus sur le satellite $F_{U/sat}$:

$$\overrightarrow{F_{U/sat}} = m \times \vec{a}$$

On projette sur les deux vecteurs de la **base de Frenet** :

On sait que la force étant radiale, **l'accélération sera uniquement normale** d'où :

$$a_n = G \times \frac{M_U}{r^2} \ (*)$$

On sait aussi que **l'accélération normale a pour valeur v²/r et aussi que la période de révolution du satellite autour d'Uranus a pour expression : T = 2πr/v**.

On remplace dans l'expression (*) a_n par v²/r puis v par 2πr/T et on trouve :

$$\boxed{\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_U}}$$

d. Pour faire ceci, on peut calculer le coefficient directeur de la droite tracé ; celui-ci serait alors égal à la constante $k = \frac{4\pi^2}{GM_U}$.

Le coefficient directeur est égal à k = 6,80.10^{-15} SI d'où $M_U = \frac{4\pi^2}{G \times k} = 8.70*10^{25}$ kg

Exercice n°12 p 263 :

1) Calcul des forces :

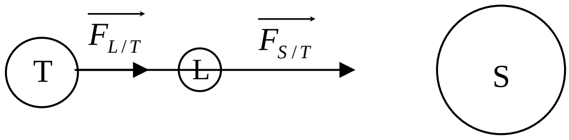
a. Force exercée par le soleil sur la terre :

$$F_{S/T} = G\times\frac{M_S \times M_T}{r_S{}^2} = 6.67*10^{-11}\times\frac{1.99*10^{30}\times 5.97*10^{24}}{(1.50*10^{11})^2} = 3.52*10^{22}\ \text{N}$$

b. Force exercée par la lune sur la terre :

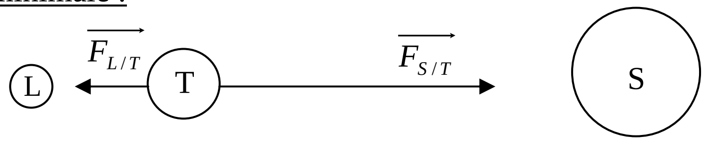
$$F_{L/T} = G\times\frac{M_L \times M_T}{r_L{}^2} = 6.67*10^{-11}\times\frac{7.34*10^{22}\times 5.97*10^{24}}{(3.80*10^{8})^2} = 2.02*10^{20}\ \text{N}$$

2) Force résultante maximale :



Dans cette configuration les deux forces s'ajoutent : F = 3.54*10^{22} N

3) Pour une force minimale :



Dans cette configuration les deux forces se soustraient : F = 3,50.10^{22}N

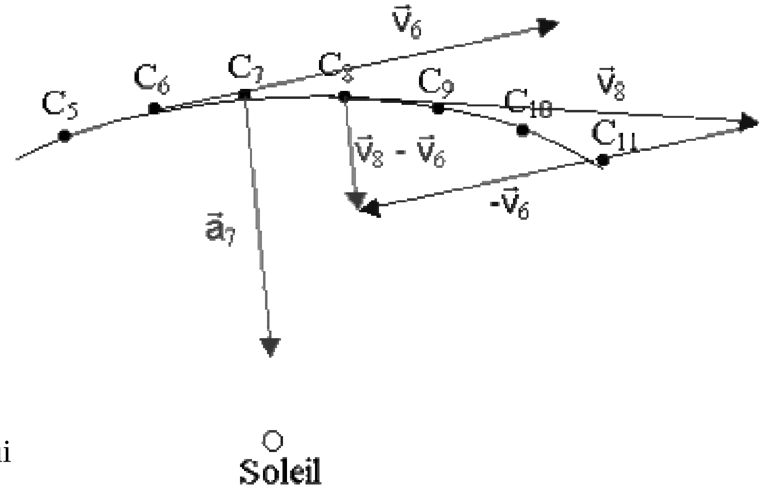
4) Les forces gravitationnelles ont pour effet de créer les marées : les marées océaniques mais aussi les marées terrestres.

Exercice n°19 p 265/266 :

I Loi de la gravitation universelle :

1) Etude de la trajectoire :

a. Le périphélie correspond au point sur l'ellipse où le corps céleste est le plus proche de son axe attracteur, c'est à dire, d'après la loi des aires, là où la vitesse est la plus élevée.
On regarde les dates pour lesquelles la vitesse est maximum, on obtient :
05/02 ; 10/02 ; 15/02 1986

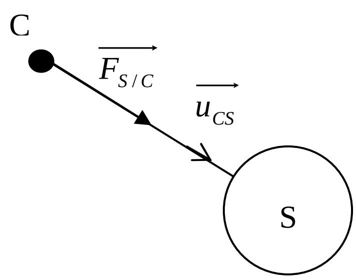


b. On prend les valeurs de v6 et v8 dans le tableau puis on calcule la taille des vecteurs vitesses correspondants à l'aide de l'échelle.

c. Pour calculer l'accélération, il faut effectuer :
$a_7 = \frac{|v_8 - v_6|}{10\times 24\times 3600}$. 10 jours étant la durée qui sépare les dates t_6 et t_8.
Comme $v_8 = 5.401*10^4$ m.s^{-1} et $v_6 = 5.413*10^4$ m.s`1, on trouve $a_7 = 1.4*10^{-4}$ m.s^{-2}.
Grâce à l'échelle, on calcul la grandeur du vecteur à tracer.

2) Approche théorique :

a. Force exercée par le soleil sur la comète :



$$\overrightarrow{F_{S/C}} = G\frac{m_C \times M_S}{d_{SC}{}^2}\times\overrightarrow{u_{CS}}$$

b. Il faut appliquer la 2ème loi des Newton à la comète dans le référentiel héliocentrique :

$$m_C \times \vec{a} = \overrightarrow{F_{S/C}} \Leftrightarrow \vec{a} = G \times \frac{M_S}{d_{SC}^{\ 2}} \times \overrightarrow{u_{CS}}$$

Donc $$\boxed{a = G \times \frac{M_S}{d_{SC}^{\ 2}}}$$

c. Si r représente la distance de la comète au soleil, on peut mettre cette accélération sous la forme $a = K \times (1/r^2)$ avec $K = G \times M_S$

3) Calculons a_7 par l'expression littérale de I2b et la valeur de $1/r^2$ du tableau en C_7:

$$a_7 = G \times \frac{M_S}{d_{SC}^{\ 2}} = 6.67*10^{-11} \times 2.0*10^{30} \times 12.9*10^{-23} = 1.7*10^{-2} \text{ m.s}^{-2}$$

On retrouve des valeurs similaires par le calcul et par la construction graphique.

II Masse du soleil :

1) Pour calculer le coefficient directeur, on prend deux points de la droite et on effectue différence des ordonnées divisé par différence des abscisses. Donc ici :

$$K = \frac{16*10^{-3} - 0}{12*10^{-23} - 0} = 1.3*10^{20}$$

2) On sait que ce coefficient directeur a pour expression littérale $K = G \times M_S$. D'où :

$$M_S = \frac{K}{G} = \frac{1.3*10^{20}}{6.67*10^{-11}} = 2.0*10^{30}\ kg$$

Il y a bien accord entre cette valeur calculée et la valeur théorique.

<u>Exercice n°20 p 266 :</u>

1) <u>Etude comparative de deux satellites :</u>

- ✓ Le satellite S_1 étant géostationnaire, sa période de révolution est la même que la période de rotation propre de la terre. Donc oui, $T_1 = 24H$
- ✓ Oui, si les satellites ne sont soumis qu'à la force gravitationnelle exercée par la Terre, on peut en conclure que leur mouvement est quasiment circulaire uniforme.
- ✓ Non, la vitesse d'un satellite ne dépend que de son altitude, plus il sera éloigné du soleil, moins il aura de vitesse. En effet : $v = \sqrt{\frac{G \times M_T}{R_T + h}}$, si h augmente, v diminue.
- ✓ Ayant la période de S_2, nous pouvons calculer son altitude en utilisant la 3ème loi de Kepler :

$$\frac{T_1^{\ 2}}{r_1^{\ 3}} = \frac{T_2^{\ 2}}{r_2^{\ 3}} \text{ d'où } r_2 = \sqrt[3]{\frac{T_2^{\ 2} \times r_1^{\ 3}}{T_1^{\ 2}}} = \sqrt[3]{\frac{12^2 \times (3.6*10^4 + 6.4*10^3)^2}{24^2}} = 2.6*10^4\ Km$$

D'où $h_2 = r_2 - R_T = 2.6*10^4 - 6.4*10^3 = 2.0*10_4$ Km $= 2.0*10_7$ m

2) <u>Etude du mouvement d'un satellite :</u>

- ✓ L'étude du mouvement d'un satellite doit se faire dans le référentiel géocentrique, considéré comme galiléen. Dans ce référentiel, un référentiel lié à la terre serait en mouvement circulaire uniforme, il ne serait donc pas galiléen.
- ✓ Oui l'expression littérale de la force de gravitation que subit le satellite est correcte.
- ✓ Non, les dénominateurs ne sont pas les altitudes mais les distances entre les satellites et le centre de la Terre, il faut remplacer h_1 et h_2 par $r_1 = h_1 + R_T$ et h_2 par $r_2 = h_2 + R_T$