

# TP N°7 : ETUDE DE LA CHUTE D'UNE BILLE DANS UN LIQUIDE. RESOLUTION DE L'EQUATION DIFFERENTIELLE PAR UNE METHODE ITERATIVE

## Matériel :

- Mélange eau-glycérine à 75 % en volume de glycérine
- Billes de masses différentes
- Eprouvette graduée de 500 mL
- Une balance
- Webcam
- Ordinateur avec système d'acquisition
- Logiciel Génériss 5+

## Objectifs :

- Savoir exploiter un document expérimental (série de photos, film, acquisition de données avec un ordinateur...) : reconnaître si le mouvement du centre d'inertie est rectiligne uniforme ou non, déterminer des vecteurs vitesse et accélération, mettre en relation accélération et somme des forces, tracer et exploiter des courbes  $v_G = f(t)$  chap. 9 – (5).
- *Savoir-faire expérimentaux :*  
Savoir enregistrer expérimentalement le mouvement de chute d'un solide dans l'air et/ou dans un autre fluide en vue de l'exploitation du document obtenu chap. 9 – (6).
- Appliquer la deuxième loi de Newton à un corps en chute verticale dans un fluide et établir l'équation différentielle du mouvement la force de frottement étant donnée chap. 10 – (3).
- Connaître le principe de la méthode d'Euler pour la résolution approchée d'une équation différentielle chap. 10 – (4).
- Savoir exploiter des courbes  $v_G = f(t)$  pour chap. 10 – (8) :
  - ✓ reconnaître le régime initial et/ou le régime asymptotique.
  - ✓ évaluer le temps caractéristique correspondant au passage d'un régime à l'autre.
  - ✓ déterminer la vitesse limite.
- Dans le cas de la résolution par méthode itérative de l'équation différentielle, discuter la pertinence des courbes obtenues par rapport aux résultats expérimentaux (choix du pas de résolution, modèle proposé pour la force de frottement) chap. 10 – (9).

## I Acquisition de la chute de la bille :

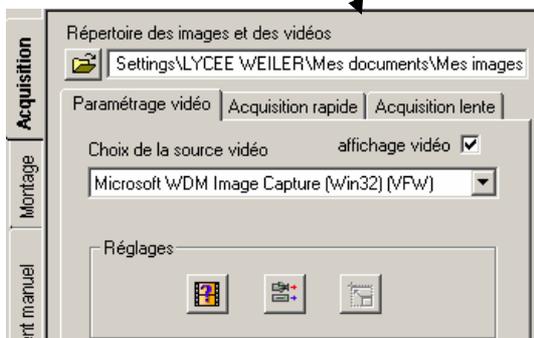
### 1) Manipulation :

#### a. Sur poste professeur :

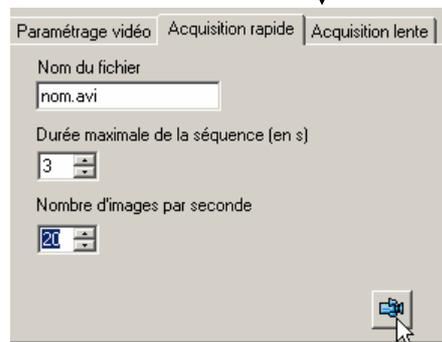
- Ouvrir le programme Génériss 5+ et passer en **mode vidéo** :



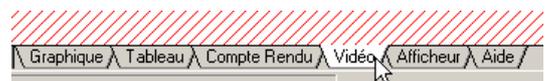
- Paramétrer le périphérique d'acquisition avec **l'onglet paramétrage vidéo**



- Paramétrer l'acquisition avec **l'onglet acquisition rapide**



- Pour faire apparaître l'image que l'on est en train de filmer :

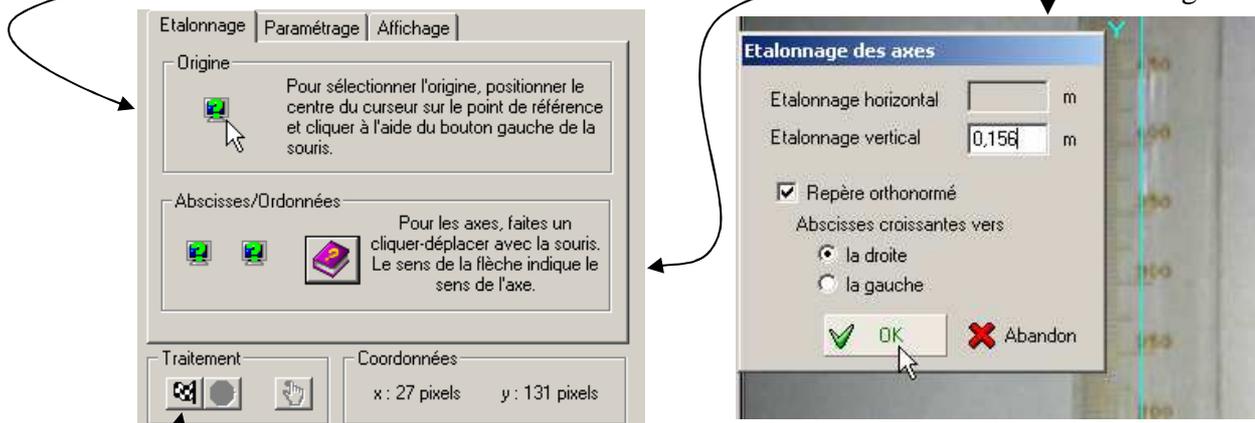


b. Sur poste élève :

- Ouvrir le programme Génériss 5+ et passer en **mode vidéo**.
- Cliquer sur l'**onglet vertical traitement manuel** et choisir le chemin adéquat pour ouvrir le fichier vidéo enregistré :



- **Faire avancer le film** jusqu'au moment où la bille est lâchée.
- Réaliser l'étalonnage :
  - ✓ **Cliquer sur l'origine**, point où la bille est lâchée :
  - ✓ Pour **obtenir l'échelle**, étirer le curseur de la graduation 200 à la graduation 500 :



➤ **Lancer le traitement :**

- Ne rien changer au nom du fichier, valider, puis **image par image pointer les positions du centre inertie** de la bille jusqu'à la fin du mouvement.
- Arrêter en cliquant sur le stop rouge.
- Pour tracer l'évolution de la vitesse en fonction du temps :

- ✓ Cliquer sur l'**onglet tableau** :



- ✓ Cliquer sur l'**icône traitements** :



- ✓ Dans l'**onglet vertical calcul** : grandeur Y' ; fonction dY/dt ; unité m/s (on peut passer aussi directement par l'onglet vertical « dérivée »)
- ✓ Cliquer alors sur l'**onglet horizontal graphique** : on obtient la courbe Y'=f(t).

2) Question :

Commenter l'évolution de la vitesse.

**II Modélisation de la chute de la bille :**

1) Résolution de l'équation différentielle du mouvement par la méthode d'Euler :

a. A propos de l'équation différentielle :

- Montrer que l'**équation différentielle du mouvement** de chute verticale de la bille de volume V, de masse m, dans un liquide de masse volumique ρ' est de la forme :  $\frac{dv}{dt} = a \times v + b$ .

(On considère que la valeur de la force de frottement exercée par le liquide s'écrit :  $f = kv$  (k est un coefficient qui dépend entre autre de la viscosité du liquide).

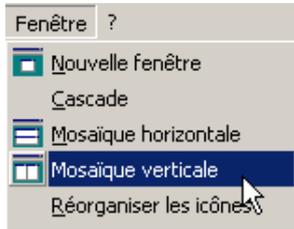
- Exprimer **a et b en fonction de ρ, ρ', V, g et k**.
- Exprimer **a en fonction de b et de la vitesse limite v<sub>lim</sub>**.
- **Montrer** qu'à condition de choisir δt assez petit, on peut écrire que

$$\mathbf{v}(t + \delta t) = \mathbf{v}(t) + (\mathbf{a} \times \mathbf{v}(t) + \mathbf{b}) \times \delta t. \quad (*)$$

b. Mesure des paramètres nécessaires à la résolution :

- Déterminer la **masse de la bille**.
- Mesurer le **rayon de la bille** et en déduire **son volume**.
- **Mettre en œuvre une méthode pour déterminer la masse volumique du liquide**.
- Calculer la **valeur du coefficient b**.
- Connaissant la valeur de la vitesse limite, calculer la **valeur du coefficient a**.

c. Résolution proprement dite avec Génériss :

- Dans le **tableau : créer t' et v'**, le temps et la vitesse permettant de mettre en oeuvre Euler. Pour cela **cliquer en haut d'une colonne vide** du tableau et rentrer la grandeur.
- **Choisir judicieusement le pas de calcul  $\delta t$  et calculer** les différentes valeurs de **t'** (20 valeurs en partant de  $t' = 0$ ).
- Par la méthode itérative d'Euler, **calculer les différentes valeurs de v'** : utiliser (\*).
- Pour visualiser les deux courbes  $v = f(t)$  et  $v' = f(t')$ : ouvrir une nouvelle fenêtre et choisir mosaïque verticale.  Attention au choix des axes d'abscisses pour  $v$  et  $v'$ .

2) Questions :

- a. **A l'aide de la courbe  $v' = f(t)$ , donner la valeur de  $v_{lim}$  et mesurer la valeur du temps caractéristique  $\tau$ .**
- b. Identifiez sur la courbe la partie concernant le régime transitoire et la partie concernant le régime permanent.
- c. **Comparer les deux courbes  $v_{exp}$  et  $v_{th}$  (obtenue par Euler) en fonction du temps.**
- d. **Changer la valeur du pas de calcul  $\delta t$ , prendre un pas plus petit puis plus grand que  $\tau_c$ . Comparer les différentes modélisations  $v_{th}=f(t)$  obtenues avec  $v_{exp}=f(t)$  et commenter.**

Pour aller plus loin :

- e. Reprendre toute la démarche du II en prenant une force de frottement de la forme :  $f = \lambda v^2$ . Comparer la courbe  $v_{th} = f(t)$  obtenue avec la courbe expérimentale.
- f. Simuler des variations de paramètres : masse de la bille, masse volumique du liquide, viscosité du liquide ( $k$  augmente avec la viscosité). Noter leur influence sur les résultats obtenus.