# TP N°9-PROF : KEPLER, NEWTON ET ... MERCURE

## I Dessin de la trajectoire de Mercure :

*Voir fichier correction trajectoire*

## II Lois de Kepler :

### 1) 1ère loi : Nature de la trajectoire :

a. Définition d'un ellipse :

Dans le référentiel héliocentrique, les centres d'inertie des planètes décrivent des orbites elliptiques dont le centre du Soleil occupe un des foyers.

b. Vérification par le calcul pour la trajectoire de Mercure :

D'après la trajectoire on a : a = $\frac{PA}{2} = \frac{23.15}{2}$ = 11.6 cm d'où **2a = 23.2 cm**

Alors pour le point M quelconque marqué sur la trajectoire : S'M + SM = 12.4 + 10.7 = 23.1 cm

On a bien vérifié que S'M + SM = 2a, la trajectoire de Mercure est une ellipse dont S est un des foyers.

### 2) 2ème loi : Loi des aires :

e. Le rayon vecteur met, pour chaque secteur, 10 jours à le parcourir (voir le tableau des dates).

f. Nous pouvons **peser les contours obtenus** par découpe, comme les feuilles de papier sont homogènes, les masses de ces contours sont proportionnelles à leur surface.
**Les contours ont à peu près la même masse, elles ont donc à peu près la même surface.**

**Comme le temps de parcours de ces surfaces égales est le même (10 jours), alors la deuxième loi de Kepler ou loi des aires est vérifiée.**

### 3) 3ème loi : Loi reliant la période au demi grand axe :

a. Travail pour Mercure :

- Pour déterminer la période de Mercure :
  - ✓ On a **17 intervalles de 5 jours** entre les positions 1 et 18 plus un **petit intervalle entre les positions 18 et 1** dont il faut déterminer la durée :
  - ✓ Pour cela, on extrapole :
    - On **mesure l'angle** entre les positions **18 et 19** : on a 31° qui compte pour 5 jours.
    - On **mesure alors l'angle** entre les positions **18 et 1** : on trouve 18.5°.
    - Alors la durée correspondant à cet angle est : $\frac{18.5 \times 5}{31}$ = 2.98 jours.

Finalement : $T_{Mercure}$ = 17*5 + 2.98 = 88 jours

Si on convertit cette valeur en année terrestre : $T_{Mercure} = \frac{88}{365} = 0.24$ an

- Calcul de $a_{Mercure}$ (demi grand axe de l'ellipse) :

Comme sur la trajectoire, 30 cm correspond à 1 UA, alors $a_{Mercure}$ = 11.6 cm correspond à 0.386 UA.

- Enfin on peut calculer le rapport $\frac{a^3}{T^2} = \frac{0.386^3}{0.24^2} = 0.998$

b. Travail pour la Terre : $\frac{a^3}{T^2} = \frac{1^3}{1^2} = 1$

c. L**a troisième loi de Kepler** est bien vérifiée, on observe la constance du rapport $a^3/T^2$ pour deux planètes du système solaire.

## III Deuxième loi de Newton :

### 1) Tracé des vecteurs accélération :

Par exemple pour tracer le vecteur accélération en position 3 :

- Il faut **calculer les vitesses en positions 2 et 4** et les représenter avec une échelle sur la trajectoire.
  - ✓ Pour **calculer la vitesse en position 2** : $v_2 = \frac{M_1M_3}{2\tau}$
    - On prend donc la valeur de $M_1M_3$ en cm (9.65), on la convertit en UA puis en km :
      $$\frac{9.65}{30} \times 150*10^6 = 4.825\times10^7\,m$$
    - On prend la valeur de $2\tau$ qui est de 10 jours, que l'on convertit en s :
      10×24×3600 = 864000 s
    - On effectue le calcul et on trouve $v_2 = \frac{4.825*10^7}{864000} = 55.8$ km/s.
  - ✓ On représente cette vitesse avec un vecteur partant de la position 2 qui va dans le sens 2 vers 3 et qui est de taille 5.6 cm (d'après l'échelle des vitesses : 1 cm pour 10 km/s).
  - ✓ On fait les **mêmes calculs pour $v_4$**.
- On construit le vecteur $\overrightarrow{\Delta v_3} = \overrightarrow{v_4} - \overrightarrow{v_2}$ et on le place sur la position 3 (voir trajectoire).
- Il nous reste à **calculer l'accélération** : $a_3 = \frac{\Delta v_3}{2\tau}$
  - ✓ Il faut mesurer sur la trajectoire $\overrightarrow{\Delta v_3}$ et la convertir en km/s grâce à l'échelle.
  - ✓ Les $2\tau$ correspondent toujours à 864000 s.
  - ✓ On effectue le calcul et on trouve $a = 4.6*10^{-2}$ m/s² .
    (**attention, l'accélération doit être donnée en m/s²**)
  - ✓ On peut représenter cette accélération sur la trajectoire en choisissant une échelle (1cm pour $1*10^{-2}$ m/s²). Le vecteur $\overrightarrow{a_3}$ fera donc 4.6 cm de long.

Résultats :

| Position | $\Delta$ v (km.s$^{-1}$) | a (m.s$^{-2}$) | r (m) | ar$^2$ (S.I.) |
|---|---|---|---|---|
| 3 | 40 | $4.6*10^{-2}$ | $5.04*10^{10}$ | $1.2*10^{20}$ |
| 9 | 24 | $2.7*10^{-2}$ | $6.96*10^{10}$ | $1.3*10^{20}$ |
| 14 | 35 | $4.1*10^{-2}$ | $5.7*10^{10}$ | $1.3*10^{20}$ |

### 2) Exploitation des résultats :

a. Au point Mi, la force exercée sur Mercure a pour expression :
$$\overrightarrow{F_{S/M}} = G \times \frac{m_M \times m_S}{r^2} \times \overrightarrow{u_{MS}}$$
b. La **direction et le sens du vecteur force et du vecteur accélération** sont les mêmes
c. Sur la trajectoire on observe que si r augmente, a (accélération) diminue.
d. D'après la deuxième loi de Newton appliquée à la planète Mercure dans le référentiel galiléen héliocentrique : $\overrightarrow{F_{S/M}} = m_M \times \overrightarrow{a}$ .

Au cours du mouvement de la planète, **si r augmente** (la planète s'éloigne du soleil) alors $\left\|\overrightarrow{F_{S/M}}\right\|$

**diminue et donc** $\left\| \vec{a} \right\|$ **diminue** : c'est bien ce que nous observons grâce aux vecteurs accélération tracés dans les différentes positions.
**Cette variation est en accord avec la deuxième loi de Newton**

e. En conclusion, le **référentiel héliocentrique** est bien un **référentiel galiléen** puisque les lois de Newton se vérifient dans celui-ci.

3) Calcul de la masse du soleil :

a. **Voir tableau ci-dessus** : les valeurs de r sont obtenues dans l'annexe, les valeurs de a ont été calculées dans les trois positions 3, 9 et 14.

b. Toujours en **appliquant la deuxième loi de Newton** à la même planète et dans le même référentiel que précédemment :

$$\overrightarrow{F_{S/M}} = G \times \frac{m_M \times m_S}{r^2} \times \overrightarrow{u_{MS}} = m_M \times \vec{a}$$

Si on **projette cette relation sur un vecteur normale** partant de M et allant vers S :

$$G \times \frac{m_M \times m_S}{r^2} = m_M \times a \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{a \times r^2 = G \times m_S}$$

c. Calcul de la masse du Soleil :

$$m_S = \frac{a \times r^2}{G} = \frac{1.3 * 10^{20}}{6.67 * 10^{-11}} = 1.9 * 10^{30} \text{ kg}$$