TD EM12 : potentiel et énergie

Exercice 1 : potentiel créé par un cercle uniformément chargé

Soit un cerceau de rayon R uniformément chargé portant la densité linéique de charge λ : trouver l'expression du potentiel électrique créé en un point M situé sur l'axe passant par le centre du cerceau. On prend le potentiel nul à l'infini.

Exercice 2 : potentiel créé par une sphère remplie uniformément chargé

Soit une sphère de rayon R uniformément chargé en volume, la densité volumique de charge est ρ. Le champ créé par celle-ci est donné :

- Si r < R, $\overrightarrow{E(M)} = \dfrac{\rho r}{3\epsilon_0}\overrightarrow{e_r}$
- Si r > R, $\overrightarrow{E(M)} = \dfrac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r^2}\overrightarrow{e_r}$

On donne également l'expression du gradient en coordonnées sphériques :

$$\overrightarrow{grad} = \frac{\partial}{\partial r}\overrightarrow{e_r} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}\overrightarrow{e_\theta} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \phi}\overrightarrow{e_\phi} \tag{5}$$

Calculer le potentiel électrostatique créé par cette distribution quelque soit r. On sait que le potentiel est continu partout et que le potentiel à l'infini est pris nul.

Exercice 3 : potentiel créé par deux fils infinis

1. Rappeler l'expression du champ électrique créé par un fil infini portant la densité linéique de charge λ en un point M distant de r de celui-ci.
2. En déduire le potentiel électrostatique créé par ce même fil au point M.
3. On étudie à présent le potentiel créé par deux fils infinis parallèles, l'un portant la densité linéique λ, l'autre portant la densité linéique $-\lambda$. Ces deux fils sont séparés d'un distance 2a.
   Faire un schéma de la situation et exprimer le potentiel en un point M distant de r_1 du premier fil et distant de r_2 du deuxième fil.
4. Déterminer le potentiel V_0 créé au point O situé exactement à mi-distance de chaque fil.
5. Que vaut ce potentiel V_0 si on veut qu'à l'infini, le potentiel créé par cette distribution de deux fils soit nul ?

Exercice 4 : lignes de champ et équipotentielles

Soit un champ électrique défini par $\overrightarrow{E} = \left(\dfrac{2k\cos\theta}{r^3}, \dfrac{k\sin\theta}{r^3}, 0\right)$ en coordonnées sphériques, k étant une constante.

1. Sachant que le déplacement élémentaire dans ce système de coordonnées s'écrit $\overrightarrow{dl}(dr, rd\theta, r\sin\theta d\phi)$, trouver l'équation des lignes de champs.
   Indications : on rappelle que le champ électrique est en tout point tangent aux lignes de champs et qu'ainsi, on peut écrire $\overrightarrow{dl} = K \times \overrightarrow{E}$.

2. Trouver l'expression du potentiel électrostatique et donnez l'équation des équipotentielles.
   Indications :
   – Vous devez obtenir deux équations qui définissent le potentiel.
   – Le potentiel est pris nul là où il n'y a pas de charges (à l'infini).
   – si on intègre une fonction à deux variables ((a,b) par exemple), par rapport à une des variables (a par exemple), la constante d'intégration peut dépendre de b.

3. A l'aide de votre calculatrice, dessiner l'allure des lignes de champ et des équipotentielles. Vérifiez que celles-ci sont bien orthogonales l'une à l'autre en tout point.

Exercice 5 : énergie potentielle d'une distribution de 4 charges identiques

Soit quatre charges q identiques formant un carré de côté 2a. Quelle est l'énergie électrostatique de cette distribution de charge ? On prendra le potentiel nul à l'infini.

Exercice 6 : énergie potentielle d'une molécule

La molécule de dioxyde de carbone CO_2 peut être représentée, de part l'électronégativité des atomes qui la composent, par la succession de charges suivantes : (-q)–(+2q)–(-q). Avec q une charge égale à e/4, on connaît aussi la longueur de la liaison (-q)–(+2q) : d = 116pm.
Trouver l'expression de l'énergie potentielle électrostatique de cette molécule, donner sa valeur en Joule (J) et en électron-volt (eV) et interpréter son signe.
Le potentiel est pris nul à l'infini (*).
