Cours d'électromagnétisme
EM15-Champ magnétique

Table des matières

1 Introduction

Voici venu le temps de parler de la deuxième "composante" du champ électromagnétique, le champ magnétique. Les premières manifestations de celui-ci viennent des aimants qui, en créant un champ magnétique, permettent d'attirer des objets à eux.
Nous allons plutôt voir ici que l'existence du champ magnétique peut être prouvée par son effet sur une particule chargée.
Sinon, nous étudierons dans ce chapitre des champ magnétostatique, c'est à dire créé par des courants dont les caractéristiques ne dépendent pas du temps.

Ce chapitre se construit comme celui sur le champ électrostatique, ce parallèle nous permettra probablement de passer moins de temps sur des notions déjà vu (distributions, invariances, symétries, ...)

2 Action d'un champ électromagnétique sur une particule chargée

2.1 Force de Lorentz

Une charge q soumis à un champ électromagnétique subit une force constituée de deux parties :

- Une partie électrique, il s'agit de la force de Coulomb : $\overrightarrow{f_e} = q\overrightarrow{E}$;
- Une partie magnétique, qui s'écrit $\overrightarrow{f_m} = q\overrightarrow{v} \wedge \overrightarrow{B}$;

L'ensemble de ces deux forces constitue la force de Lorentz :

$$\boxed{\overrightarrow{f} = q(\overrightarrow{E} + \overrightarrow{v} \wedge \overrightarrow{B})} \tag{1}$$

Avec $\overrightarrow{f}$ la force de Lorentz (N), q la charge qui subit la force (C), $\overrightarrow{E}$ le champ électrique ($V.m^{-1}$), $\overrightarrow{v}$ la vitesse de la particule ($m.s^{-1}$) et $\overrightarrow{B}$ le champ magnétique (voir 2.1 pour son unité).

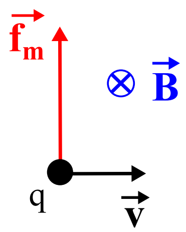

FIGURE 1 – Force de lorentz

Ainsi, si seul un champ magnétique règle dans une région de l'espace, on peut le détecter par la force $\overrightarrow{f_m}$ que subit une particule chargée.

Cette force $\overrightarrow{f_m}$ est aussi l'occasion de la parler de l'unité du champ magnétique :

$$[B] = \frac{[f_m]}{[q][v]} \tag{2}$$

$$= \frac{M\,L\,T^{-2}}{I\,T\,L\,T^{-1}} \tag{3}$$

$$= M\,I^{-1}\,T^{-2} \tag{4}$$

B s'exprimera donc en $kg.A^{-1}.s^{-2}$, on voit ainsi que la notion de courant électrique sera importante dans la création de champ magnétique.

Mais l'unité communément utilisé est le Tesla (T), voici quelques ordres de grandeur de champ magnétique :

- Champ magnétique terrestre : $4.7 \times 10^{-5} T$
- Aiment permanent : $0.1 T$

– Electroaimant : $10T$

2.2 Mouvement d'une particule chargée dans un champ électromagnétique

Cette section pourrait faire l'objet d'un cours entier (C'est le cas dans le programme de PCSI), mais ce chapitre serait plutôt à placer dans le cours de mécanique (mais il apparaît dans les livres d'électromagnétisme). Nous allons résumer les résultats essentiels :

– Le champ électrique permet d'accélérer uniformément les particules chargées (voir la deuxième loi de Newton appliquée à une particule) : on utilise ceci dans les oscilloscopes analogiques pour accélérer les électrons qui sortent du canon, ou bien dans les accélérateurs de particules.

  Ce champ peut également dévier la trajectoire des particules (trajectoire parabolique), on utilise ceci dans les oscilloscopes analogiques pour les déviations horizontale et verticale du spot .

– Le champ magnétique, selon ses conditions d'applications, permet de faire circuler une particule chargée sur une trajectoire circulaire (la trajectoire la plus générale est une hélice). La vitesse n'est pas modifiée, car la partie magnétique de la force de Lorentz ne travaille pas (application du théorème de l'énergie cinétique).

3 Calcul du champ magnétique créé par un courant

3.1 Courant filiforme

Dans ce chapitre, nous étudierons le champ magnétique créé par des courants filiformes, c'est à dire des courants passant dans des fils conducteurs dont l'épaisseur est négligeable.

Mais il existe aussi des courants surfaciques et des courants volumiques (par exemple, pour un courant volumique, on définit une densité volumique de charges ρ_d qui se déplacent à la vitesse $\overrightarrow{v}$ et un vecteur densité volumique de courant $\overrightarrow{j} = \rho_d \overrightarrow{v}$).

3.2 Loi de Biot et Savart

Biot et Savart sont deux physiciens français du $19^{\text{ème}}$ siècle.

Cette loi donne, par intégration, le champ magnétique créé en un point M distant de r d'un courant d'intensité I circulant le long d'une ligne L :

$$\boxed{\overrightarrow{B} = \int d\overrightarrow{B} = \int_{P \in L} \frac{\mu_0 \, I}{4\pi} \frac{\overrightarrow{dl} \wedge \overrightarrow{PM}}{PM^3}} \qquad (5)$$

avec μ_0 la perméabilité magnétique du vide, constante physique.
On donne généralement la valeur de μ_0 ainsi : $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} SI$.
Cette constante est relié à ϵ_0 et c par la formule suivante :

$$c^2 = \frac{1}{\epsilon_0 \, \mu_0}$$

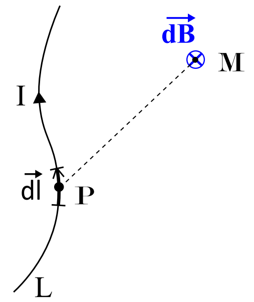

FIGURE 2 – Loi de Biot et Savart

Notons que cette loi donnant l'expression du champ infinitésimal créé par une portion de circuit n'est qu'un artifice de calcul : on ne peut pas isolé une portion de circuit parcouru par un courant (alors qu'on peut isoler des charges électriques dans le cas du champ électrostatique).

3.3 Règle du tire-bouchon

Cette loi de Biot et Savart permet de savoir dans quel sens est le champ magnétique. Le trièdre formé des vecteurs $\overrightarrow{dl}$, $\overrightarrow{PM}$ et $\overrightarrow{B}$ doit être direct. C'est la règle du tire-bouchon qui s'applique (on fait tourner le premier vecteur vers le deuxième, si ce sens de rotation est la droite, on visse le tire-bouchon, le champ magnétique est dans le sens de ce vissage).

3.4 Définition et continuité du champ magnétique

Le champ magnétique créé par un courant filiforme est continu et défini partout sauf aux points sur lesquels le ou les courants passent (des considérations mathématiques permettent de prouver cela).

4 Lignes de champ magnétique

Comme pour le champ $\overrightarrow{E}$ si on trace des lignes orientées suivant le champ magnétique et sur lesquelles celui-ci est tangent, on obtient les lignes de champ magnétique. On appelle souvent le dessin de ces lignes un spectre magnétique. La figure 3 vous montre un spectre bien connu.

5 Le champ magnétique est un pseudo-vecteur

Contrairement au vecteur champ électrique, le vecteur champ magnétique est un pseudo-vecteur, son sens dépend de l'orientation de l'espace. Ceci provient de l'apparition d'un produit vectoriel notamment dans la loi de Biot et Savart. Ce produit vectoriel est un produit de deux vrais vecteurs (vecteurs dont la direction ne dépend pas de l'orientation de l'espace).

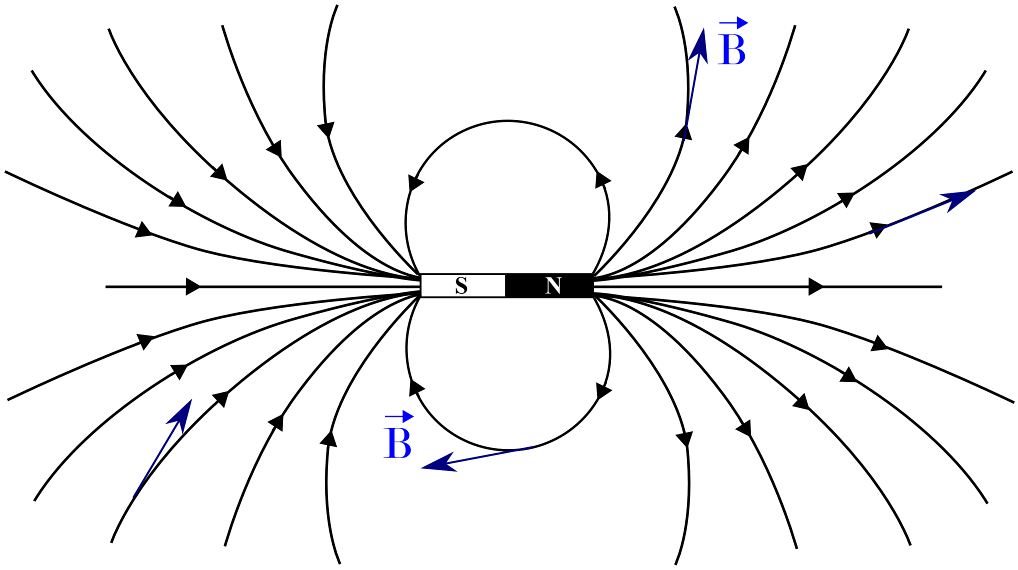

Figure 3 – Spectre magnétique d'un aimant droit

On dit que l'espace est orienté dans le sens direct lorsque les trois vecteurs de sa base sont orientés dans le sens des trois doigts de la main droite (pouce : $\overrightarrow{u_x}$, index : $\overrightarrow{u_y}$, majeur : $\overrightarrow{u_z}$).

Ceci a une importance lorsque nous allons aborder les symétries, car un plan de symétrie transforme la base directe en base indirecte, et le vecteur champ magnétique changera de sens de part et d'autre de ce plan.

6 Symétries et invariances

Comme pour le champ électrostatique, des réflexions sur les symétries et les invariances permettent de simplifier la recherche du champ magnétique créé par une distribution de courants.

6.1 Invariances

Pour considérer celles-ci, on procède de la même manière que pour le champ électrique, on place un point M qui regarde la distribution, puis on le déplace par translation le long de la distribution ou par rotation autour d'elle. Si le point M voit la même distribution, il y a invariance et le champ magnétique au point M ne dépendra pas de la coordonnée qui "produit" l'invariance.

6.2 Symétries et antisymétries

6.2.1 Plan de symétrie

Prenons une distribution de courant dont on peut trouver un plan de symétrie et calculons le champ magnétique en un point M de ce plan.

Si une distribution de courants admet un plan de symétrie, alors le champ $\overrightarrow{B}$ est forcément orthogonal à ce plan.

Cela signifie que l'existence d'un seul plan de symétrie nous permet de trouver la direction du champ magnétique.

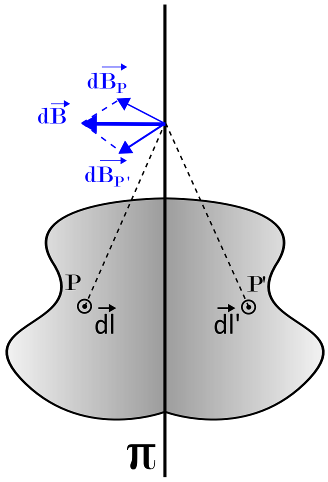

FIGURE 4 – Champ magnétique et plan de symétrie

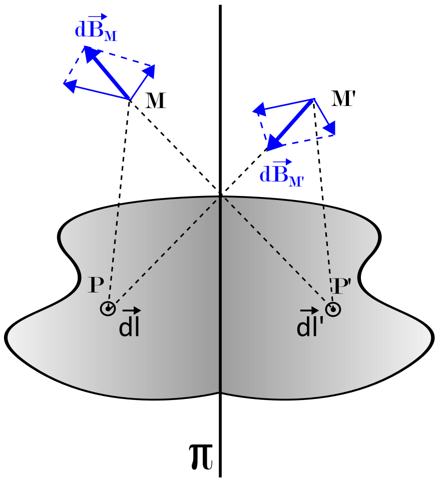

FIGURE 5 – Champ magnétique anti-symétrique avec un plan de symétrie

On peut également montrer qu'en deux point M et M' symétriques par rapport à un plan de symétrie de la distribution, le champ magnétique en M' est l'opposé du symétrique du champ $\overrightarrow{B}$ en M.

Le champ magnétique change de sens à la traversée du plan de symétrie (on en a parlé dans la section 5).

6.2.2 Plan d'antisymétrie

Prenons une distribution de courant dont on peut trouver un plan d'antisymétrie et calculons le champ magnétique en un point M de ce plan.

Si une distribution de courants admet un plan d'antisymétrie, alors le champ $\overrightarrow{B}$ est contenu dans ce plan.

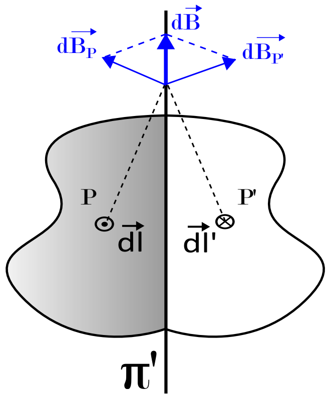

FIGURE 6 – Champ magnétique et antisymétrie

On peut également montrer qu'en deux point M et M' symétriques par rapport à un plan d'antisymétrie de la distribution, le champ magnétique en M' est le symétrique du champ B en M.

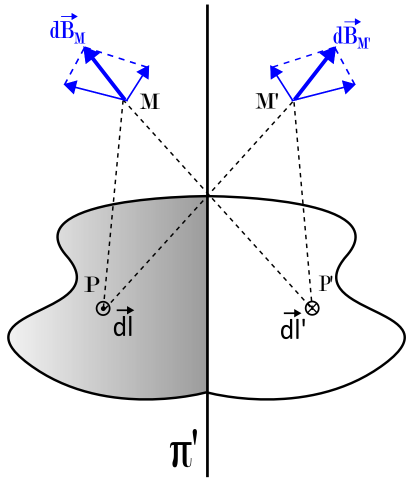

FIGURE 7 – Champ magnétique symétrique avec un plan d'antisymétrie

Remarque

Contrairement au champ $\overrightarrow{E}$ qui possédait les mêmes symétries que ses sources, le champ $\overrightarrow{B}$ est antisymétrique par rapport à un plan si ce plan est un plan de symétrie pour les courants.

7 Calcul du champ par méthode intégrale

On considère un fil infiniment long parcouru par un courant d'intensité I. On cherche le champ magnétique créé en un point M distant de r du fil.
Ci-contre, voici le schéma de la situation.
On utilisera les coordonnées cylindriques dans ce problème.

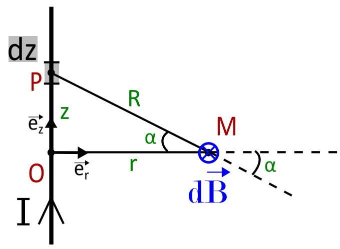

FIGURE 8 – Schéma de situation pour le calcul du champ magnétique créé par un fil infini

1. **Symétries et invariances :** Le plan perpendiculaire au fil passant par M est un plan

d'antisymétrie de la distribution, le champ magnétique doit être contenu dans ce plan. De plus, la règle du tire bouchon indique que le sens du champ magnétique est le même que celui du vecteur $\overrightarrow{e_\theta}$ (la base $\overrightarrow{e_r}$, $\overrightarrow{e_\theta}$, $\overrightarrow{e_z}$ est directe).

Il y a invariance par rotation autour du fil et par translation suivant l'axe Oz (fil infini), le champ magnétique ne dépend que de r.

Finalement :

$$\overrightarrow{B}(M) = B_\theta(r)\,\overrightarrow{e_\theta}$$

2. **Champ magnétique élémentaire :** Comme nous l'avons fait pour le champ électrostatique, nous allons calculer le champ magnétique créé par un élément infinitésimal de fil, puis nous sommerons sur l'ensemble du fil infini.
D'après la loi de Biot et Savart, on a :

$$d\overrightarrow{B} = \frac{\mu_0\, I}{4\pi}\frac{\overrightarrow{dl}\wedge\overrightarrow{PM}}{PM^3} = \frac{\mu_0\, I\, dz}{4\pi}\frac{\overrightarrow{e_z}\wedge\overrightarrow{PM}}{PM^3} \tag{6}$$

Exprimons le produit vectoriel de cette expression :
On a :

$$\overrightarrow{PM} = \overrightarrow{PO} + \overrightarrow{OM} = -z\,\overrightarrow{e_z} + r\,\overrightarrow{e_r} \tag{7}$$

Donc :

$$\overrightarrow{e_z}\wedge\overrightarrow{PM} = \begin{vmatrix}0\\0\\1\end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix}r\\0\\-z\end{vmatrix} = r\,\overrightarrow{e_\theta} \tag{8}$$

On a aussi :

$$\cos\alpha = \frac{r}{PM} = \frac{r}{R} \Longleftrightarrow R = \frac{r}{\cos\alpha} \tag{9}$$

Et :

$$z = r\times\tan\alpha \tag{10}$$
$$dz = r\times d(\tan\alpha) \tag{11}$$
$$dz = r\times(1+\tan^2\alpha)d\alpha \tag{12}$$
$$dz = \frac{r}{\cos^2\alpha}d\alpha \tag{13}$$

Utilisons (8) et (13) dans (6), l'expression de la loi de Biot et Savart :

$$d\overrightarrow{B} = \frac{\mu_0\, I\, r}{4\pi\,\cos^2\alpha}\frac{r}{\frac{r^3}{\cos^3\alpha}}d\alpha\,\overrightarrow{e_\theta} \tag{14}$$

$$\Longleftrightarrow d\overrightarrow{B} = \frac{\mu_0\, I\,\cos\alpha}{4\pi r}d\alpha\,\overrightarrow{e_\theta} \tag{15}$$

3. **Intégration :** Il suffit à présent de sommer de façon continue tous les champs élémentaires créés par les éléments infinitésimaux dl du fil infini. Les bornes d'intégration concerneront α puisque c'est le paramètre que nous avons choisi de garder.

Afin de considérer un fil infini, nous devons intégrer α de $-\pi/2$ à $\pi/2$. Mais comme la situation est symétrique de part et d'autre du point O, nous pouvons intégrer entre 0 et $\pi/2$ et multiplier le champ obtenu par 2.

Ce qui donne :

$$\begin{aligned}
B_\theta(r) &= \int_{fil} \frac{\mu_0\, I\, \cos\alpha}{4\pi r} d\alpha = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\mu_0\, I\, \cos\alpha}{4\pi r} d\alpha = 2\int_0^{\pi/2} \frac{\mu_0\, I\, \cos\alpha}{4\pi r} d\alpha \\
&= 2\frac{\mu_0\, I}{4\pi r} \left[\sin\alpha\right]_0^{\pi/2} \\
&= \frac{\mu_0\, I}{2\pi r} \qquad (16)
\end{aligned}$$

Le champ magnétique créé par un fil infini s'écrit :

$$\boxed{\overrightarrow{B}(M) = \frac{\mu_0\, I}{2\pi\ r} \overrightarrow{e_\theta}} \qquad (17)$$

8 Références

- "Electromagnétisme PCSI" - P.Krempf - Editions Bréal 2003 ;
- "Physique Cours compagnon PCSI" - T.Cousin / H.Perodeau - Editions Dunod 2009 ;
- "Electromagnétisme 1ère année MPSI-PCSI-PTSI" - JM.Brébec - Editions Hachette ;
- "Cours de physique, électromagnétisme, 1.Electrostatique et magnétostatique" - D.Cordier - Editions Dunod ;