Cours d'électromagnétisme
EM17-Mouvement des charges dans un conducteur

Table des matières

1 Introduction **2**

2 Vecteur densité de courant électrique **2**

3 Loi d'Ohm locale **3**

4 Résistance électrique **4**

5 L'effet Hall **5**

5.1 Définition 5

5.2 Explications 5

5.3 Mesure de champ magnétique 6

5.4 Effet Hall et force de Laplace 6

6 Références **7**

1 Introduction

Ce chapitre sera un chapitre de transition entre l'électromagnétisme et l'électrocinétique. En effet, nous allons parler de notions déjà vues (champ et potentiel électriques, force de Lorentz) et de notions que nous reverrons en électrocinétique (Loi d'Ohm, résistance) mais on adoptera ici le point de vue microscopique.

2 Vecteur densité de courant électrique

Soit un conducteur possédant n atomes par unité de volume, chaque atome possédant une charge libre q. Le conducteur est soumis à un champ électrique qui provoque un déplacement d'ensemble des charges libres du conducteur.

L'intensité du courant di qui traverse une section dS du conducteur est égale à la quantité de charge d^2q qui traverse la section pendant le temps dt.
On peut donc écrire :

$$di = \frac{d^2q}{dt} \tag{1}$$

La quantité de charges d^2q qui va traverser dS pendant dt se situe dans un cylindre de section dS et de largeur $\overrightarrow{v}\,dt$ où $\overrightarrow{v}$ est la vitesse des porteurs de charges. Si on note $\overrightarrow{n}$ la normale à la surface, on a :

$$d^2q = \text{nombre de charges par unité de volume} \times \text{charge} \times \text{volume} \tag{2}$$

Donc :

$$d^2q = (n\,q) \times \overrightarrow{v}\,dt \cdot \overrightarrow{n}\,dS \tag{3}$$

On a donc :

$$di = \frac{d^2q}{dt} = n\,q\,\overrightarrow{v} \cdot \overrightarrow{n}\,dS \tag{4}$$

Doù :

$$I = \iint_S n\,q\,\overrightarrow{v} \cdot \overrightarrow{n}\,dS \tag{5}$$

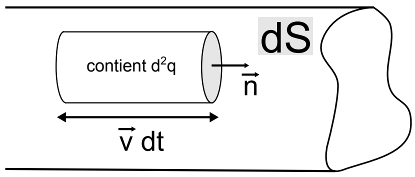

FIGURE 1 – Volume élémentaire d'un conducteur électrique

On introduit alors la notion de vecteur densité de courant :

$$\boxed{\overrightarrow{j} = nq\overrightarrow{v} = \rho_m\,\overrightarrow{v}} \tag{6}$$

où $\rho_m = nq$ est la densité volumique de charges mobiles ayant la vitesse $\overrightarrow{v}$.

D'après cette expression, $\overrightarrow{j}$ s'exprime en $A.m^{-2}$.
Le courant est donc égal au **flux** du vecteur densité de courant :

$$\boxed{I = \iint_S \overrightarrow{j} \cdot \overrightarrow{n}\,dS} \tag{7}$$

Remarque

On pourrait penser, vu la vitesse à laquelle on allume une lampe avec un interrupteur, que les porteurs de charge se déplacent très vite.
Il n'en est rien, l'ordre de grandeur de v est de $1mm.s^{-1}$. Il faut distinguer la vitesse de ces porteurs et la vitesse de transmission de l'information.

3 Loi d'Ohm locale

Cette loi va permettre d'introduire la notion de conductivité d'un conducteur. Pour établir celle-ci, on utilise un modèle de conduction électrique dans les métaux appelé modèle de Drude : après la découverte de l'électron par Thomson en 1897, Drude eu l'idée pour expliquer la conductivité des métaux de considérer les électrons libres du métal comme un gaz d'électrons qui se déplace dans un mouvement d'ensemble. Il utilise alors la théorie cinétique des gaz pour expliquer le déplacement du gaz d'électrons.
Le modèle de Drude est donc un modèle statistique qui utilise la mécanique classique.

Les hypothèses de base de ce modèle indiquent que les électrons libres du métal sont des particules ponctuelles classiques, animées d'un mouvement d'ensemble du fait de l'existence d'un champ électrique, mais freinées par des collisions avec le cœur des atomes.

Un problème de mécanique classique

On va donc utiliser la mécanique classique pour étudier le mouvement de ces électrons.

– Dans le référentiel du laboratoire, considéré galiléen, on étudie le système électron de charge q.

– En négligeant son poids, l'électron n'est soumis qu'à la force de Coulomb et une force de frottement fluide qui permet de modéliser l'influence des collisions sur le mouvement de celui-ci.

– On peut appliquer la deuxième loi de Newton qui s'écrit :

$$m\frac{d\overrightarrow{v}}{dt} = q\overrightarrow{E} - h\overrightarrow{v} \tag{8}$$

$$\Longleftrightarrow \frac{d\overrightarrow{v}}{dt} = \frac{q}{m}\overrightarrow{E} - \frac{h}{m}\overrightarrow{v} \tag{9}$$

$$\Longleftrightarrow \frac{d\overrightarrow{v}}{dt} + \frac{h}{m}\overrightarrow{v} = \frac{q}{m}\overrightarrow{E} \tag{10}$$

Résolution de l'équation différentielle

Cette équation est une équation différentielle du premier ordre à coefficients constants et avec second membre constant.

– La solution de l'équation sans second membre est :

$$\overrightarrow{v} = \overrightarrow{A}e^{\frac{-t}{\tau}} \tag{11}$$

Avec $\tau = \frac{m}{h}$.

– La solution particulière, obtenue en cherchant une solution du type $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{cste}$ vaut $\frac{q}{h}\overrightarrow{E}$.

– La solution de (10) s'écrit donc :

$$\overrightarrow{v} = \overrightarrow{A}e^{\frac{-t}{\tau}} + \frac{q\,\tau}{m}\overrightarrow{E} \tag{12}$$

Les électrons ont donc une certaine vitesse pendant le régime transitoire, mais à $t > 5\tau$, le régime permanent est atteint et $\overrightarrow{v} = \frac{q\,\tau}{m}\overrightarrow{E}$.

Retour sur le vecteur densité de courant

On peut donc écrire le vecteur densité de courant en régime permanent :

$$\overrightarrow{j} = \rho_m\,\overrightarrow{v} = \frac{\rho_m\,q\,\tau}{m}\,\overrightarrow{E} = \frac{n\,q^2\,\tau}{m}\,\overrightarrow{E} \tag{13}$$

Expression de la loi d'Ohm locale

La loi d'ohm locale s'écrit ainsi :

$$\boxed{\overrightarrow{j} = \gamma\,\overrightarrow{E}} \tag{14}$$

avec $\boxed{\gamma = \frac{n\,q^2\,\tau}{m}}$, la conductivité du métal exprimée en Siemens par mètre ($S.m^{-1}$).
Un siemens est égal à un ampère par volt ($1S = 1A.V^{-1}$).

Ordre de grandeur de conductivité électrique

La conductivité est une grandeur utilisée en chimie, on connaît les valeurs de celles-ci pour quelques électrolytes : elle s'exprime généralement en $mS.cm^{-1}$. On a par exemple, pour une solution de chlorure de sodium à $5 \times 10^{-3}\,mol.L^{-1}$ est $0.580mS.cm^{-1}$, ce qui donne $5.8 \times 10^{-2}S.m^{-1}$.

Alors que la conductivité électrique du cuivre est de $5.9 \times 10^6 S.m^{-1}$.

Remarque

τ est donc le temps du régime transitoire, temps qui s'écoule avant que la vitesse d'un porteur soit constante.
On peut calculer un ordre de grandeur de ce temps à l'aide de la conductivité, on trouve un temps de l'ordre de $10^{-14}s$, autant dire que ce régime transitoire n'est pas long.

4 Résistance électrique d'un conducteur

Cette loi d'Ohm locale va nous permettre d'écrire la loi d'Ohm globale pour un conducteur filiforme (cylindrique) et ainsi définir la résistance électrique de ce conducteur :

On se place dans le cas d'un conducteur filiforme de section S soumis à la tension $U_{AB} = V(A) - V(B)$ et parcouru par le courant d'intensité I.

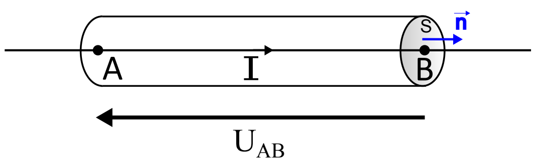

FIGURE 2 – Conducteur filiforme soumis à une tension

Exprimons le rapport U/I :

– On a vu précédemment dans ce cours que $I = \iint_S \overrightarrow{j} \cdot \overrightarrow{n} dS$ et en utilisant la loi d'ohm locale, sachant que la conductivité du matériau est une constante, on peut écrire :

$$I = \gamma \iint_S \overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{n} dS \tag{15}$$

– On sait exprimer depuis le chapitre EM12 la différence de potentiel en fonction du champ électrique. On a :

$$\int_A^B \overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{dl} = V(A) - V(B) = U_{AB} \tag{16}$$

– Le rapport U/I vaut donc :

$$\boxed{\frac{U}{I} = \frac{\int_A^B \overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{dl}}{\gamma \iint_S \overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{n} dS}} \tag{17}$$

On voit que ce rapport ne dépend que des caractéristiques du fil (longueur et section) et est donc une constante pour un fil donné. Car l'augmentation de l'intensité de $\overrightarrow{E}$ ne change pas la valeur de ce rapport.

Le rapport U/I est noté R et est appelé résistance électrique du fil. Celle-ci s'exprime en ohms (Ω).

Remarque

Avec la relation précédente, on peut calculer la résistance électrique d'un conducteur quelconque.
Par exemple, pour un fil conducteur de longueur l et de section S, on a :

$$\boxed{R = \frac{1}{\gamma} \frac{l}{S}} \tag{18}$$

5 L'effet Hall

Cet effet a permis la construction de sondes de mesure du champ magnétique, nous allons voir son principe et son lien avec l'existence de la force de Laplace.

5.1 Définition

L'effet Hall (du nom du physicien ayant fait cette découverte) observé en 1880 montre qu'un fil parcouru par un courant d'intensité I et plongé dans un champ magnétique qui lui est perpendiculaire créé une tension également perpendiculaire au fil.

5.2 Explications

Considérons une plaque parcourue par un courant d'intensité I et observons le mouvement des électrons.

– Ils sont soumis à la partie magnétique de la force de Lorentz, qui dévie les particules chargées négativement vers un côté de la plaque. Ce côté se charge négativement, le côté opposé se charge alors positivement.

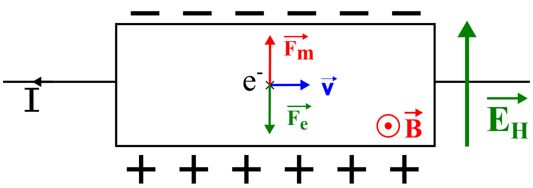

FIGURE 3 – L'effet Hall

– Cette dissymétrie créé un champ électrique appelé **champ de Hall** et agit sur les particules en mouvement via la force de coulomb qui s'oppose à la force magnétique.

– Pendant le régime transitoire, la force de Lorentz est plus grande que la force de Coulomb due au champ de Hall, et les électrons sont déviés ; le régime permanent est atteint lorsque $q\,\overrightarrow{E_H} + q\,\overrightarrow{v} \wedge \overrightarrow{B} = \overrightarrow{0}$, et les électrons ne sont plus déviés.

– Ainsi en régime permanent existe un champ de Hall donnant naissance à une tension de Hall :

$$E_H = v\,B \text{ et } U_H = E_H \times l \tag{19}$$

Avec l la largeur de la plaque conductrice.

5.3 Mesure de champ magnétique

La tension de Hall dépend donc de v, la vitesse des porteurs de charges et de B, l'intensité du champ magnétique.
On peut relier v à I, l'intensité du courant par le vecteur densité de courant $\overrightarrow{j}$; et montrer que :

$$\boxed{U_H = R_H \times \frac{I\,B}{e}} \tag{20}$$

Avec R_H une constante qui dépend du nombre de porteurs de charge de la plaque, de leur charge électrique et e l'épaisseur de cette plaque.

La mesure de la tension de Hall permet de mesurer l'intensité du champ magnétique si on connaît toutes les caractéristiques de la sonde ainsi que l'intensité I qui la parcourt.

5.4 Effet Hall et force de Laplace

Soit un conducteur parcouru par un courant I, on se place en régime permanent. Le conducteur possède des charges mobiles (électrons libres) et donc des charges fixes (ions positifs).

On peut définir une densité volumique de charges mobiles (ρ_m), et une densité de charges fixes (ρ_f). Par définition, le conducteur est électriquement neutre et $\rho_m = \dfrac{dq}{d\tau} = -\rho_f$.

Les charges mobiles subissent la force magnétique de Lorentz et la force de Coulomb du au champ de Hall, alors que les charges fixes ne sont soumises qu'à la force électrique (pas de $\overrightarrow{v}$). On peut écrire, pour un volume élémentaire $d\tau$ du conducteur, la force élémentaire qu'il subit :

$$d\overrightarrow{F} = \rho_m d\tau \overrightarrow{v} \wedge \overrightarrow{B} + \rho_m d\tau \overrightarrow{E_H} + \rho_f d\tau \overrightarrow{E_H} \tag{21}$$

Comme $\rho_m = -\rho_f$, les deux derniers termes se compensent :

$$d\overrightarrow{F} = \rho_m d\tau \overrightarrow{v} \wedge \overrightarrow{B} \tag{22}$$
$$= \overrightarrow{j}\, d\tau \wedge \overrightarrow{B} \tag{23}$$

Ceci est l'expression de la force de Laplace pour un conducteur parcouru par un courant volumique.

Pour un courant filiforme on a :

$$\boxed{d\overrightarrow{F} = I\overrightarrow{dl} \wedge \overrightarrow{B}} \tag{24}$$

6 Références

– "Electromagnétisme PCSI" - P.Krempf - Editions Bréal 2003 ;
– "Physique Cours compagnon PCSI" - T.Cousin / H.Perodeau - Editions Dunod 2009 ;
– "Electromagnétisme 1ère année MPSI-PCSI-PTSI" - JM.Brébec - Editions Hachette ;
– "Cours de physique, électromagnétisme, 1.Electrostatique et magnétostatique" - D.Cordier - Editions Dunod ;

EM17 : Mouvement de charges dans un conducteur
L'essentiel

Vecteur densité de courant électrique Soit un conducteur possédant n atomes par unité de volume, on définit un vecteur densité de courant électrique $\overrightarrow{j}$ par :

$$\boxed{\overrightarrow{j} = nq\overrightarrow{v} = \rho_d\,\overrightarrow{v}} \tag{25}$$

où $\rho_d = nq$ est la densité volumique de charges mobiles ayant la vitesse $\overrightarrow{v}$.
$\overrightarrow{j}$ s'exprime en $A.m^{-2}$.

L'intensité du courant est donc égal au **flux** du vecteur densité de courant :

$$\boxed{I = \iint_S \overrightarrow{j} \cdot \overrightarrow{n}\,dS} \tag{26}$$

Loi d'Ohm locale Elle relie le vecteur densité de courant au champ électrique auquel est soumis le conducteur et à la conductivité électrique de celui-ci :

$$\boxed{\overrightarrow{j} = \gamma\,\overrightarrow{E}} \tag{27}$$

avec $\boxed{\gamma = \frac{n\,q^2\,\tau}{m}}$, la conductivité du métal exprimée en Siemens par mètre ($S.m^{-1}$).
Un siemens est égal à un ampère par volt ($1S = 1A.V^{-1}$).

On rappelle que τ peut être considéré comme le temps moyen qui s'écoule entre deux chocs que subit un électron dans le conducteur.

Résistance électrique d'un conducteur Le rapport $R = U/I$ qui défini la résistance électrique du conducteur est constant et ne dépend que de la géométrie du conducteur.
On a :

$$\boxed{\frac{U}{I} = \frac{\int_A^B \overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{dl}}{\gamma \iint_S \overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{n}\,dS}} \tag{28}$$

Pour un fil conducteur de longueur l et de section S, la résistance est :

$$\boxed{R = \frac{1}{\gamma}\frac{l}{S}} \tag{29}$$

L'effet Hall Soit une plaque conductrice parcourue par un courant I et plongée dans un champ magnétique $\overrightarrow{B}$, une tension perpendiculaire à la direction du courant et au champ magnétique apparaît, appelée tension de Hall.

Les premiers électrons qui circulent sont déviés par la force magnétique et s'accumulent sur un côté de la plaque, il se créé une dissymétrie de charges qui créée un champ électrique et donc une tension. Les électrons qui circulent par la suite sont soumis à deux forces qui se compensent, la force magnétique et la force de Coulomb due au champ de Hall, ils ne sont donc plus perturbés.

La tension de Hall étant proportionnelle au courant I et à l'intensité du champ magnétique, cet effet permet la mesure du champ magnétique (il faut connaître les caractéristiques de la plaque conductrice, appelée sonde).

Effet Hall et force de Laplace L'effet Hall dans un conducteur permet d'expliquer l'apparition de la force de Laplace qui s'exerce sur un conducteur parcouru par un courant et plongé dans un champ magnétique.
La somme des forces s'exerçant sur le conducteur, donc la force de Laplace est égale à la force de Lorentz s'exerçant sur les charges mobiles.

La force de Laplace est la manifestation macroscopique de la force de Lorentz qui s'exerce sur les charges microscopiques.