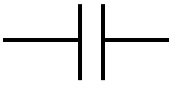
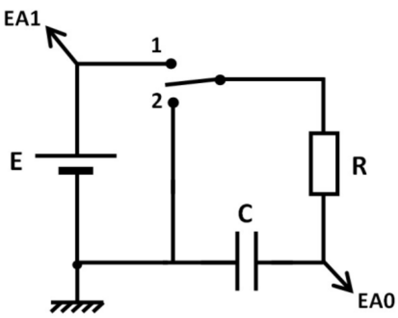
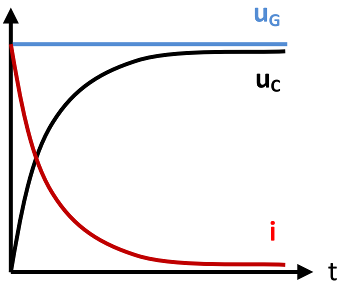
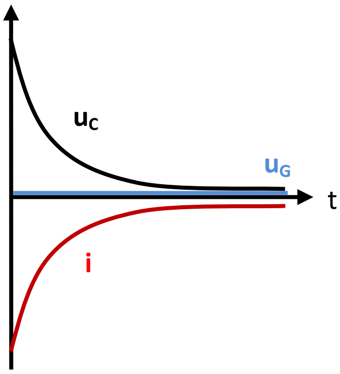
Condensateur

Points de cours	Explications ou utilisations
• Un condensateur est composé de **deux armatures métalliques séparé par un isolant** appelé diélectrique. Si une armature se charge positivement, l'autre est forcément chargée négativement. Son symbole est le suivant :  On aura $q_A = - q_B$ où q est la charge des armatures en coulomb (C)	
• Relation entre l'**intensité** du courant et la **charge** : L'intensité du courant est un débit de charge électrique $\boxed{i = \frac{dq}{dt}}$ $\begin{cases} i : \text{intensité du courant en Ampères (A)} \\ q : \text{charge de l'armature en Coulombs (C)} \\ t : \text{temps en secondes (s)} \end{cases}$	D'après cette relation, on peut trouver la valeur de i en calculant le **coefficient directeur** de la courbe q=f(t)
• Relation entre la **charge** et la **tension** aux bornes d'un condensateur : $\boxed{q = C \times u_C}$ $\begin{cases} C : \text{Capacité du condensateur en Farads (F)} \\ q : \text{charge de l'armature positive en Coulombs (C)} \\ u_C : \text{tension aux bornes du condensateur en Volts (V)} \end{cases}$	
• **Etude expérimentale de la charge et de la décharge** d'un condensateur :   POSITION 1 : CHARGE  POSITION 2 : DECHARGE	
• **Etude théorique de la charge** d'un condensateur à travers une résistance : On prend le montage schématisé ci-dessus, interrupteur en position 1 : ✓ Loi des mailles : $u_C + R \times i = E$ ✓ Or $q = C \times u_C$ et $i = \frac{dq}{dt}$ donc $i = C \times \frac{du_C}{dt}$ d'où $\boxed{u_C + RC \times \frac{du_C}{dt} = E}$ Equation différentielle en u_C de la charge du condensateur	Pour la **décharge**, il suffit de remplacer le E par 0 dans l'écriture de la loi des mailles car la maille ne contient plus que le condensateur et la résistance. On obtient l'équation : $\boxed{u_C + RC \times \frac{du_C}{dt} = 0}$ Equation différentielle en u_C de la décharge du condensateur

- Vérification de la **validité d'une solution de charge** :

On se propose de vérifier que la solution $u_C = A + B\times e^{-\frac{t}{\tau}}$ satisfait à l'équation ci-dessus. A, B et τ sont des constantes que nous allons déterminer.

✓ On dérive une fois cette solution : $\frac{du_C}{dt} = 0 - \frac{B}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$

✓ On remplace $\frac{du_C}{dt}$ et u_C dans l'équation différentielle :

$$A + B\times e^{-\frac{t}{\tau}} - RC\times\frac{B}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} = E$$

$$\Leftrightarrow \quad A + B(1 - \frac{RC}{\tau})\ e^{-\frac{t}{\tau}} = E$$

Cette équation doit être vraie quelque soit t, ce qui implique :

$1 - \frac{RC}{\tau} = 0 \Leftrightarrow \tau = RC$ <u>et</u> A = E

Aussi on connaît une condition initiale :

$u_C(t=0) = 0$ donc A + B = 0 d'où B = -A = -E

Finalement : $\boxed{u_C = E\times\left(1-e^{-\frac{t}{RC}}\right)}$

- **Relation intensité-tension** :

$i = \frac{dq}{dt}$ et $q=C\times u_C$ donc $\boxed{i=C\times\frac{du_C}{dt}}$

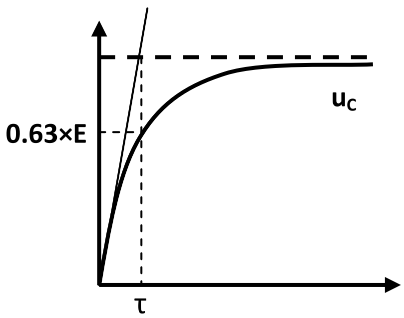
Utilisation de celle-ci :

A partir de la solution de charge en u_C, on peut obtenir l'intensité du courant lors de la charge en dérivant :

$$i=C\times\frac{du_C}{dt} = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$$

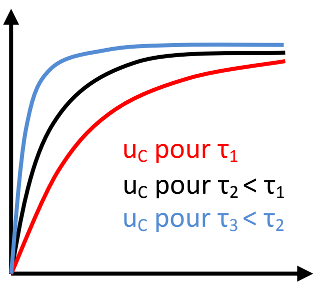
- **Constante de temps : déterminations et propriétés :**

✓ La constante de temps a pour expression τ=RC. Comme son nom l'indique, sa dimension est un temps (unité : seconde (s)).
On peut la déterminer :
  i. Par le calcul, avec R en Ohm et C en Farad.
  ii. Sur la courbe de charge $u_C=f(t)$ en regardant l'abscisse qui correspond à une ordonnée de 0.63×E.
  iii. Sur la courbe de charge $u_C=f(t)$ en regardant l'abscisse du point d'intersection entre la tangente à l'origine et l'asymptote de $u_C(t)$ quand t tend vers l'infini.



✓ La constante de temps a la même valeur pour la charge et pour la décharge.

✓ Plus la constante de temps est grande plus le condensateur met de temps à se charger ou à se décharger.

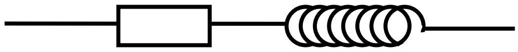


- **Energie emmagasinée** dans le condensateur :

$\boxed{E_C = \frac{1}{2}\times C\times u_C^{\ 2}}$ $\left\{\begin{array}{l} E_C : \text{Energie emmagasinée en Joules (J)} \\ C : \text{Capacité du condensateur en Farad (F)} \\ u_C : \text{tension aux bornes du condensateur en Volts (V)} \end{array}\right.$

Bobine

Points de cours	Explications ou utilisations

- **Une bobine est constituée à partir d'un** enroulement très serré de fil de cuivre qui est gainé sur un matériau isolant.
  Son symbole électrique est le suivant : 
  En effet, tout enroulement de fil de cuivre possède une résistance : on l'appellera **résistance interne** de la bobine.

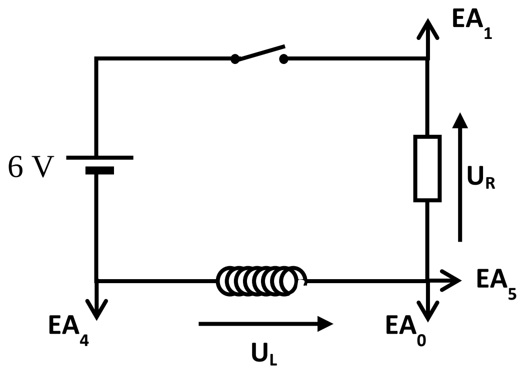
- Expression de **la tension aux bornes de la bobine** :

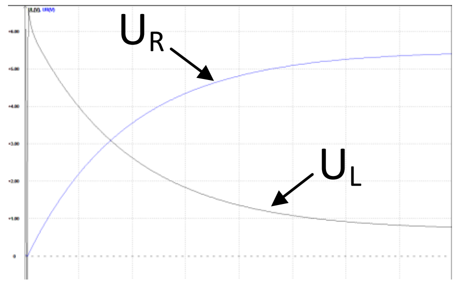
$$\boxed{u_L = r \times i + L \times \frac{di}{dt}}$$

u_L : tension aux bornes de la bobine en Volts (V)
i : intensité du courant en ampère (A)
di/dt : dérivée par rapport au temps de l'intensité dans le circuit en ampère par seconde (A.s^{-1})
L : Inductance de la bobine exprimée en Henry (H)
r : résistance interne de la bobine en Ohm (Ω)

En régime permanent, la bobine se comporte comme une r ésistance, elle n'est donc **« intéressante » qu'en régime transitoire** (lorsque l'intensité du courant varie).

- Etude expérimentale de **l'établissement du courant** dans un circuit coportant une bobine :





Comme $U_R = R \times i$, La fonction intensité du courant i=f(t) a la même forme que U_R=f(t)

- **Etude théorique de l'établissement du courant** :

On prend le montage schématisé ci-dessus, interrupteur fermé :
- ✓ Loi des mailles : $U_L + R \times i = E$
- ✓ Or $U_L = L \times \frac{di}{dt}$ si la résistance interne de la bobine est négligée.

d'où $L \times \frac{di}{dt} + R \times i = E$ et $\boxed{i + \frac{L}{R}\frac{di}{dt} = \frac{E}{R}}$

Pour la **rupture du courant**, il suffit de remplacer le E par 0 dans l'écriture de la loi des mailles. On obtient l'équation :

$$\boxed{i + \frac{L}{R}\frac{di}{dt} = 0}$$

- Vérification de la **validité d'une solution pour l'établissement du courant** :

On se propose de vérifier que la solution $i = A + B \times e^{-\frac{t}{\tau}}$ satisfait à l'équation ci-dessus. A, B et τ sont des constantes que nous allons déterminer.

- ✓ On dérive une fois cette solution : $\frac{di}{dt} = 0 - \frac{B}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$

✓ On remplace $\frac{di}{dt}$ et i dans l'équation différentielle :

$$A + B\times e^{-\frac{t}{\tau}} - \frac{L}{R}\times\frac{B}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{R}$$

$$\Leftrightarrow \quad A + B(1 - \frac{L}{R\times\tau})\, e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{R}$$

Cette équation doit être vraie quelque soit t, ce qui implique :

$1 - \frac{L}{R\times\tau} = 0 \Leftrightarrow \tau = \frac{L}{R}$ et $A = \frac{E}{R}$

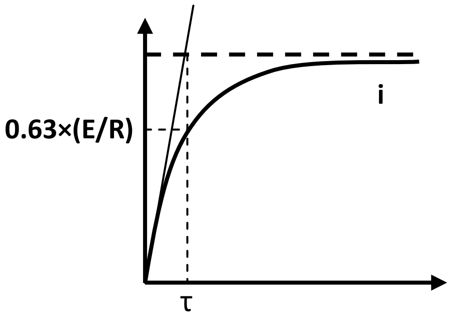
Aussi on connaît une condition initiale :

i(t=0) = 0 donc A + B = 0 d'où B = -A = $-\frac{E}{R}$

Finalement : $\boxed{i = \frac{E}{R}\times\left(1 - e^{-\frac{R}{L}\times t}\right)}$

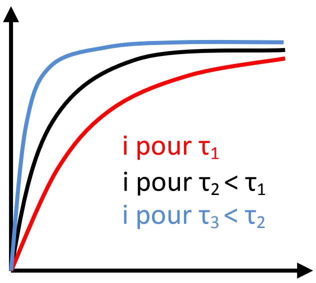
- **Constante de temps : déterminations et propriétés :**

✓ La constante de temps a pour expression τ=L/R. Comme son nom l'indique, sa dimension est un temps (unité : seconde (s)).
On peut la déterminer :
i. Par le calcul, avec R en Ohm et L en Henry.
ii. Sur la courbe de charge i=f(t) en regardant l'abscisse qui correspond à une ordonnée de 0.63×(E/R).
iii. Sur la courbe de charge i=f(t) en regardant l'abscisse du point d'intersection entre la tangente à l'origine et l'asymptote de i(t) quand t tend vers l'infini.



✓ La constante de temps a la même valeur pour l'établissement ou la rupture du courant dans le circuit.

✓ Plus la constante de temps est grande plus le l'établissement du courant est lent.



- **Energie emmagasinée** dans le condensateur :

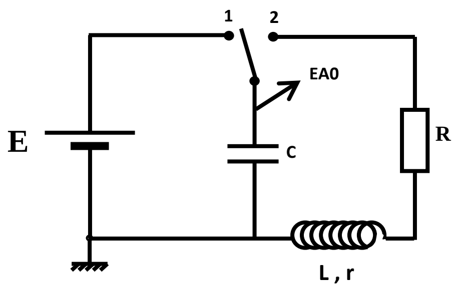
$\boxed{E_C = \frac{1}{2}\times L\times i^2}$

- E_L : Energie emmagasinée en Joules (J)
- L : Inductance de la bobine en Henry (H)
- i : Intensité du courant dans le circuit en Ampère (A)

Oscillations électriques : circuit RLC

Points de cours	Explications ou utilisations

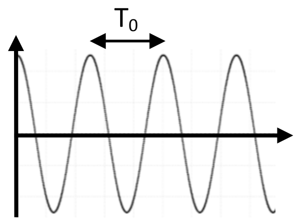
- **Etude expérimentale** des oscillations électriques :



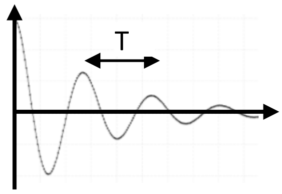
4 régimes sont alors possibles :

Il y a **amortissement des oscillations par effet Joule** dans les résistances du circuit : selon la valeur de la résistance globale (R+r), on peut obtenir 4 régimes :

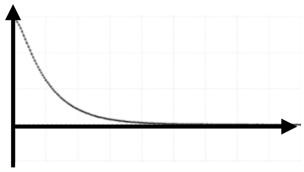
- ✓ Si (R+r)=0, on a un régime **périodique** : pas d'amortissement des oscillations.
  (Période propre des oscillations : T_0)



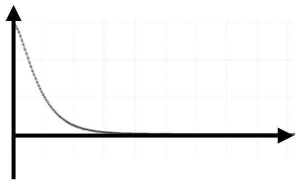
- ✓ Si (R+r) est faible, on a un régime **pseudo-périodique** : les oscillations sont faiblement amorties.
  (Pseudo-période des oscillations : $T \approx T_0$)



- ✓ Si (R+r) est fort, on a un régime **apériodique** : l'amortissement est trop fort, il n'y a pas d'oscillations.



- ✓ Il existe une valeur de R+r où on passe du régime pseudo-périodique au régime apériodique : on l'appelle **régime critique**. C'est ce régime qui permet le retour à l'équilibre le plus rapide.

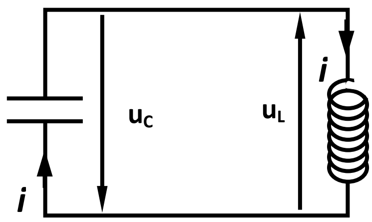


- **Etude théorique** de l'oscillateur non amorti :

✓ D'après la loi des mailles : $u_C + u_L = 0$

✓ Or $u_L = L\times\dfrac{di}{dt}$ avec $i = \dfrac{dq}{dt} = C\times\dfrac{du_C}{dt}$ d'où $u_L = LC\dfrac{d^2u_C}{dt^2}$

✓ Finalement : $\boxed{\dfrac{d^2u_C}{dt^2} + \dfrac{1}{LC}\times u_C = 0}$



- Vérification de la **validité d'une solution pour la tension aux bornes du condensateur :**

On veut vérifier que $u_C = U_m\times\cos(\omega_0 t + \phi)$ est solution de l'équation différentielle précédente ; U_m, ω_0 et ϕ sont trois constantes à déterminer.

✓ On dérive une fois u_C, puis une deuxième fois :

$\dfrac{du_C}{dt} = -\omega_0\times U_m\times\sin(\omega_0 t + \phi)$ puis

$\dfrac{d^2u_C}{dt^2} = -\omega_0^2\times U_m\times\cos(\omega_0 t + \phi) = -\omega_0^2\times u_C$

✓ On remplace dans l'équation différentielle :

$$\left(\frac{1}{LC} - \omega_0^2\right)\times u_C = \left(\frac{1}{LC} - \omega_0^2\right)\times U_m\times\cos(\omega_0 t + \varphi) = 0$$

✓ Cette relation doit être vraie quel que soit t ce qui impose $\boxed{\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}}$

On appelle ω_0 la **pulsation propre** des oscillations électriques. Elle s'exprime en **rad.s^{-1}**.

✓ Ainsi la solution proposé vérifie bien l'équation différentielle.

- **Expression de la période propre** des oscillations :

Celle-ci est reliée à la pulsation propre : $\boxed{T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}}$

Et ainsi : $\boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{LC}}$

Avec L en H et C en F)

- **Obtention des deux autres constantes de la solution** (grâce aux conditions initiales) **:**

Trouvons les valeurs de U_m et ϕ connaissant les conditions initiales suivantes : $u_C(t=0) = E$ et $i(t=0)=0$.

✓ La première condition intiale nous permet d'écrire : $U_m \times \cos\phi = E$ (1)

✓ La deuxième condition nous pemet d'écrire : $-\omega_0 \times U_m \times \sin\phi = 0$ (2)

(2) : ω_0 et U_m ne peuvent pas être nuls, on a $\sin\phi = 0$ d'où $\boxed{\phi = 0}$

En remplaçant dans (1), on obtient $\boxed{U_m=E}$

La solution s'écrit donc : $\boxed{u_C = E \times \cos(\omega_0 t)}$

- **Aspects énergétiques :**

Analysons ces aspects pour un régime pseudo-périodique :

✓ **L'énergie totale (E_C+E_L) décroît au cours du temps**, cette énergie étant progressivement **dissipée par effet joules dans la résistance globale du circuit**.

✓ Il s'effectue un **transfert d'énergie du condensateur dans la bobine puis de la bobine dans le condensateur** et ainsi de suite.
Quand E_C est maximale alors E_L est nulle et quand E_C est nulle E_L est maximale.

✓ Pour entretenir ces oscillations amorties et obtenir ainsi un régime périodique, il faut apporter, par un dispositif externe, la même quantité d'énergie que celle perdue par effet Joule.